

Snelheden

In september 2003 won de Keniaan Rono een hardloopwedstrijd over een afstand van 2000 meter. Hij liep deze afstand in 4 minuten en 57,76 seconden. Dat betekent dat Rono die afstand liep met een gemiddelde snelheid van ongeveer 24,18 km/uur. Het is gebruikelijk om tijden als 4 minuten en 57,76 seconden te noteren als 4:57.76.

Met deze prestatie behaalde Rono geen wereldrecord. Dat stond op dat moment op naam van de Marokkaan El Guerrouj. Zijn recordtijd op de 2000 meter was 4:44.79.

- 3p 16 Bereken de gemiddelde snelheid in km/uur waarmee El Guerrouj dit wereldrecord liep. Geef het antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

In tabel 1 staan de wereldrecords hardlopen bij de mannen tot en met september 2003 op een aantal afstanden.

Afstand (in meters)	Tijd	Gemiddelde snelheid (in km/uur)
100	9.78	36,8
200	19.32	37,3
400	43.18	33,3
800	1:41.11	28,5
1000	2:11.96	27,3
1500	3:26.00	26,2
2000	4:44.79	25,3
3000	7:20.67	24,5
5000	12:39.36	23,7
10 000	26:22.75	22,7

In de tabel zie je bijvoorbeeld dat het wereldrecord op de 1000 meter 2:11.96 was. Afgerond op één decimaal was daarbij de gemiddelde snelheid 27,3 km/uur.

Het verband tussen de afstanden en de gemiddelde snelheden uit tabel 1 kunnen we benaderen met de volgende formule:

$$v = \frac{200 \cdot a}{(44 \cdot a^2 + 1)} - 0,07 \cdot a + 23$$

In deze formule is v de gemiddelde snelheid in km/uur en a de afstand in kilometer.

Met de formule kun je bij elke afstand boven de 100 meter de gemiddelde snelheid berekenen die hoort bij het denkbeeldig gelopen wereldrecord. Voor bijvoorbeeld een afstand van 2283 meter zou het wereldrecord met een gemiddelde snelheid van 24,82 km/uur zijn gelopen.

- 3p 17 Bereken op welke afstand het denkbeeldige wereldrecord een gemiddelde snelheid van precies 30 km/uur op zou leveren.

In tabel 1 is de gemiddelde snelheid het hoogst bij de 200 meter. De formule van v is niet maximaal bij de 200 meter, maar bij een afstand tussen 100 en 200 meter.

- 3p 18 Bereken in meters nauwkeurig bij welke afstand de gemiddelde snelheid zo groot mogelijk is volgens de formule van v .

Bij afstanden boven de 200 meter is de grafiek van v dalend. Dat is bijvoorbeeld ook het geval bij een afstand van 1500 meter, dus voor $a = 1,5$.

- 4p 19 Stel een formule op voor de afgeleide van v en laat met behulp daarvan zien dat de grafiek van v dalend is bij een afstand van 1500 meter.

Eindexamen wiskunde A1-2 vwo 2006-II

De formule van v is gebaseerd op wereldrecords die gelopen zijn op afstanden tot 10 km. Het is maar de vraag of de formule ook een goede benadering geeft van de gemiddelde snelheid op een lange afstand zoals de marathon. Bij de marathon wordt een afstand van 42,195 km gelopen.

In 2003 was de Keniaan Tergat wereldrecordhouder op de marathon met een tijd van 2 uur, 4 minuten en 55 seconden. Deze tijd wijkt af van de tijd die hij nodig zou hebben wanneer hij de marathon zou lopen met een gemiddelde snelheid volgens de formule van v .

4p **20** Bereken deze afwijking in seconden nauwkeurig.