

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Kwelders

1 maximumscore 3

- De vergelijking $50 = \frac{100}{1 + 3000 \cdot 0,5^t}$ moet opgelost worden 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- Na 12 jaar (is de helft van de kwelder bedekt met zoutmelde) 1

2 maximumscore 4

- $G_1(8) = G_2(8) = 32$ (dus aan de eerste voorwaarde is voldaan) 1
- Differentiëren geeft $G_1'(t) = 4(t - 4)$ (of een vergelijkbare vorm) 1
- Differentiëren geeft $G_2'(t) = -4(t - 12)$ (of een vergelijkbare vorm) 1
- Hieruit volgt $G_1'(8) = G_2'(8) = 16$ (dus aan de tweede voorwaarde is voldaan) 1

3 maximumscore 4

- De vergelijking $-2(t - 12)^2 + 64 = 40$ moet opgelost worden 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- De oplossingen zijn $t = 12 - \sqrt{12}$ en $t = 12 + \sqrt{12}$ (of: $t \approx 8,5$ en $t \approx 15,5$ (of nauwkeuriger)) 1
- Dus gedurende ($2\sqrt{12}$ (of $15,5 - 8,5$), dat is) 7 (jaar) (of nauwkeuriger) (ligt de gansdichtheid boven de 40 (ganzen per km²)) 1

4 maximumscore 3

- Voor grote waarden van t geldt $\frac{80t - 1184}{4t - 61} \approx \frac{80t}{4t}$ 2
- De grenswaarde is $\frac{80t}{4t} = 20$ (ganzen per km²) 1

of

- Beschrijven hoe met behulp van een tabel of een plot en grote waarden van t de grenswaarde gevonden kan worden, waarbij voor t minstens de waarde 100 is genomen 2
- De grenswaarde is 20 (ganzen per km²) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Gebroken functie

5 maximumscore 4

- Uit $\frac{1}{(4x+3)^2} = \frac{1}{2}$ volgt $(4x+3)^2 = 2$ 1
- Hieruit volgt $4x+3 = \sqrt{2}$ of $4x+3 = -\sqrt{2}$ 1
- De oplossingen hiervan zijn $x = -\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{2}$ en $x = -\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{2}$ (of vergelijkbare uitdrukkingen) 1
- De gevraagde coördinaten zijn $(-\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ en $(-\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ 1

Opmerking

Als de coördinaten van één van beide punten berekend zijn, voor deze vraag maximaal 2 scorepunten toekennen.

6 maximumscore 4

- Het functievoorschrift van f is te schrijven als $f(x) = (4x+3)^{-2}$ 1
- Differentiëren geeft $f'(x) = -2 \cdot (4x+3)^{-3} \cdot 4$ 2
- Hieruit volgt $f'(x) = -8 \cdot (4x+3)^{-3}$ en dit geeft $f'(x) = \frac{-8}{(4x+3)^3}$ 1

7 maximumscore 3

- $f'(1) = -\frac{8}{343}$ dus $a = -\frac{8}{343}$ 1
- De coördinaten van $A(1, \frac{1}{49})$ invullen in $y = -\frac{8}{343}x + b$ geeft
 $\frac{1}{49} = -\frac{8}{343} \cdot 1 + b$ 1
- Hieruit volgt $b = \frac{15}{343}$ 1

of

- $f'(1) = -\frac{8}{343}$ dus $a = -\frac{8}{343}$ 1
- De raaklijn gaat door $A(1, \frac{1}{49})$ dus een vergelijking van deze lijn is
 $y - \frac{1}{49} = -\frac{8}{343}(x-1)$ 1
- $(\frac{1}{49} - \frac{8}{343} \cdot -1 = \frac{15}{343}$ dus) $b = \frac{15}{343}$ 1

of

- $f'(1) = -\frac{8}{343}$ dus $a = -\frac{8}{343}$ 1
- De raaklijn gaat door $A(1, \frac{1}{49})$ dus deze lijn snijdt de y -as op hoogte
 $\frac{1}{49} + \frac{8}{343}$ ($= \frac{15}{343}$) 1
- Dus $b = \frac{15}{343}$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Krik

8 maximumscore 5

- Gegevens invullen in $AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2 \cdot AB \cdot BD \cdot \cos \angle ABD$ geeft $17,7^2 = 20,0^2 + 13,0^2 - 2 \cdot 20,0 \cdot 13,0 \cdot \cos \angle ABD$ 1
- Beschrijven hoe hieruit $\angle ABD$ gevonden kan worden 1
- Hieruit volgt $\angle ABD \approx 60,5^\circ$ (of nauwkeuriger) 1
- Gegevens invullen in $CD^2 = BC^2 + BD^2 - 2 \cdot BC \cdot BD \cdot \cos \angle CBD$ geeft $CD^2 = 9,1^2 + 13,0^2 - 2 \cdot 9,1 \cdot 13,0 \cdot \cos(153^\circ - 60,5^\circ)$ 1
- Hieruit volgt dat de gevraagde afstand CD 162 mm (of 16,2 cm) is 1

f boven g

9 maximumscore 5

- Voor de x -coördinaten van A en B geldt respectievelijk $x - \frac{1}{6}x^3 = 0$ en $\sin x = 0$ 1
- Beschrijven hoe $x - \frac{1}{6}x^3 = 0$ voor $0 < x \leq 4$ exact opgelost kan worden 1
- De oplossing is $x = \sqrt{6}$ (dus de x -coördinaat van A is $\sqrt{6}$) 1
- $\sin x = 0$ met $0 < x \leq 4$ geeft $x = \pi$ (dus de x -coördinaat van B is π) 1
- De lengte van AB is dus $\pi - \sqrt{6}$ 1

10 maximumscore 5

- Differentiëren geeft $g'(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2$ 1
- Voor de x -waarde waarvoor het maximum wordt aangenomen geldt dus $1 - \frac{1}{2}x^2 = 0$ (met $0 < x \leq 4$) 1
- Dit geeft ($x^2 = 2$ met $0 < x \leq 4$ en hieruit volgt) $x = \sqrt{2}$ 1
- Het maximum van g is dus $g(\sqrt{2}) = \sqrt{2} - \frac{1}{6} \cdot (\sqrt{2})^3$ 1
- Dit maximum is dus $\sqrt{2} - \frac{1}{6} \cdot 2\sqrt{2} = \frac{2}{3}\sqrt{2}$ (dus $a = \frac{2}{3}$ (of een vergelijkbare uitdrukking) en $b = 2$) 1

11 maximumscore 4

- Het verschil tussen $f(x)$ en $g(x)$ is $f(x) - g(x)$ 1
- De vergelijking $\sin x - (x - \frac{1}{6}x^3) = 0,01$ (of de ongelijkheid $\sin x - (x - \frac{1}{6}x^3) < 0,01$) moet opgelost worden 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking (of de ongelijkheid) opgelost kan worden (bijvoorbeeld met behulp van een tabel) 1
- De gevraagde maximale waarde van x is 1,04 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Funcie met logaritme

12 maximumscore 2

- De ene asymptoot heeft vergelijking $x = 0$ 1
- De andere asymptoot heeft vergelijking $x = 1$ 1

13 maximumscore 5

- Uit ${}^2\log(x^2 - x) = 0$ volgt $x^2 - x = 2^0$ (of $x^2 - x = 1$) 1
- Dit geeft $x^2 - x - 1 = 0$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking exact opgelost kan worden 1
- De oplossingen zijn $x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5}$ en $x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}$ (of vergelijkbare vormen) 1
- De lengte van lijnstuk AB is dus $(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5} - (\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5})) = \sqrt{5}$ 1

14 maximumscore 3

- ($g(x) = 2 \cdot f(x)$ dus) $g(x) = 2 \cdot {}^2\log(x^2 - x)$ 1
- $2 \cdot {}^2\log(x^2 - x) = {}^2\log(x^2 - x)^2$ 1
- ${}^2\log(x^2 - x)^2 = {}^2\log(x^4 - 2x^3 + x^2) = {}^2\log(x^2(x^2 - 2x + 1))$ (en dus wordt de grafiek van g gegeven door $g(x) = {}^2\log(x^2(x^2 - 2x + 1))$) 1

of

- ($g(x) = 2 \cdot f(x)$ dus) $g(x) = 2 \cdot {}^2\log(x^2 - x)$ 1
- $2 \cdot {}^2\log(x^2 - x) = {}^2\log(x(x-1))^2$ ($= {}^2\log(x^2(x-1)^2)$) 1
- ${}^2\log(x(x-1))^2 = {}^2\log(x^2(x^2 - 2x + 1))$ (en dus wordt de grafiek van g gegeven door $g(x) = {}^2\log(x^2(x^2 - 2x + 1))$) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Bissectrices

15 maximumscore 3

- Uit de gegeven vergelijking van k volgt dat de tangens van de hoek die k met de x -as maakt $\sqrt{3}$ is, dus deze hoek is 60° 1
- Uit de gegeven vergelijking van l volgt dat de tangens van de hoek die l met de x -as maakt $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ is, dus deze hoek is 30° 1
- De hoek die de bissectrice met de x -as maakt is: $30^\circ + \frac{60^\circ - 30^\circ}{2} = 45^\circ$ 1

16 maximumscore 6

- De afstand van P tot de x -as is ($y_P =$) 1 1
- (Noem de lijn door P die loodrecht op k staat n . Uit $rc_n \cdot \sqrt{3} = -1$ volgt)
 $rc_n = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ 1
- ($P(\sqrt{3}, 1)$ ligt op n , dus) $-\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3} + b = 1$, en dit geeft $b = 2$ 1
- Uit $-\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot x + 2 = \sqrt{3} \cdot x$ volgt $x = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ 1
- $x = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ geeft $y = (\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} =) 1\frac{1}{2}$ 1
- De afstand van P tot k is $\sqrt{(\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{3})^2 + (1 - 1\frac{1}{2})^2} = 1$ (en dit is gelijk aan de afstand van P tot de x -as) 1

of

- De afstand van P tot de x -as is ($y_P =$) 1 1
- $OP = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$ 1
- De hoek tussen l en k is 30° 1
- Dus $\frac{d}{OP} = \sin 30^\circ$ met d de afstand van P tot k 1
- Dit geeft $\frac{d}{2} = \frac{1}{2}$ 1
- Hieruit volgt $d = 1$ (dus de afstand van P tot k is gelijk aan de afstand van P tot de x -as) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Twee functies

17 maximumscore 4

- Uit $x(x+2) = (x+2)\sqrt{x+2}$ volgt $x = -2$ of $x = \sqrt{x+2}$ 1
- $x = \sqrt{x+2}$ geeft $x^2 = x+2$ (met $x \geq 0$) 1
- Beschrijven hoe $x^2 = x+2$ (met $x \geq 0$) exact opgelost kan worden 1
- (De x -coördinaten van A en B zijn) $x = -2$ en $x = 2$ 1

Opmerking

Als $x = -1$ als oplossing genoemd is, maximaal 3 scorepunten toekennen.

18 maximumscore 5

- $f(x) = (x+2)^{1\frac{1}{2}}$ 1
- $f'(x) = 1\frac{1}{2}(x+2)^{\frac{1}{2}}$ (of een vergelijkbare vorm) 1
- Voor de x -coördinaat van C geldt $1\frac{1}{2}(x+2)^{\frac{1}{2}} = 6$ 1
- Hieruit volgt $(x+2)^{\frac{1}{2}} = 4$ (ofwel $\sqrt{x+2} = 4$) 1
- Dit geeft $x+2 = 16$ dus $x = 14$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

De Eierland

19 maximumscore 8

- Een vergelijking van lijn s is $y = x + 28$ 1
- Een vergelijking van de cirkel is $x^2 + y^2 = 54^2$ 1
- De x -coördinaten van de snijpunten van de lijn met de cirkel volgen uit de vergelijking $x^2 + (x + 28)^2 = 54^2$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- De oplossingen van deze vergelijking zijn $x \approx -49,5$ en $x \approx 21,5$ (of nauwkeuriger) 1
- De coördinaten van de snijpunten van s met de cirkel zijn $(-49,5; -21,5)$ en $(21,5; 49,5)$ (of nauwkeuriger) 1
- De afstand tussen deze snijpunten is $\sqrt{(21,5 - (-49,5))^2 + (49,5 - (-21,5))^2} \approx 100$ (km) (of nauwkeuriger) 1
- De gevraagde tijd is $\frac{100}{22} \cdot 4 \approx 18$ (kwartier) (of $4\frac{1}{2}$ uur) 1

of

- Een vergelijking van lijn s is $y = x + 28$ 1
- Beschrijven hoe de afstand van het punt $O(0, 0)$ tot de lijn s berekend kan worden 2
- Deze afstand is $(\frac{28}{\sqrt{2}}$ ofwel) 20 (of nauwkeuriger) (km) 1
- De afstand tussen de snijpunten van s met de cirkel is (twee maal de lengte van de lange rechthoekszijde van een rechthoekige driehoek met schuine zijde 54 en korte rechthoekszijde 20, dus) $2 \cdot \sqrt{54^2 - 20^2} \approx 100$ (of nauwkeuriger) (km) 3
- De gevraagde tijd is $\frac{100}{22} \cdot 4 \approx 18$ (kwartier) (of $4\frac{1}{2}$ uur) 1