Windenergie

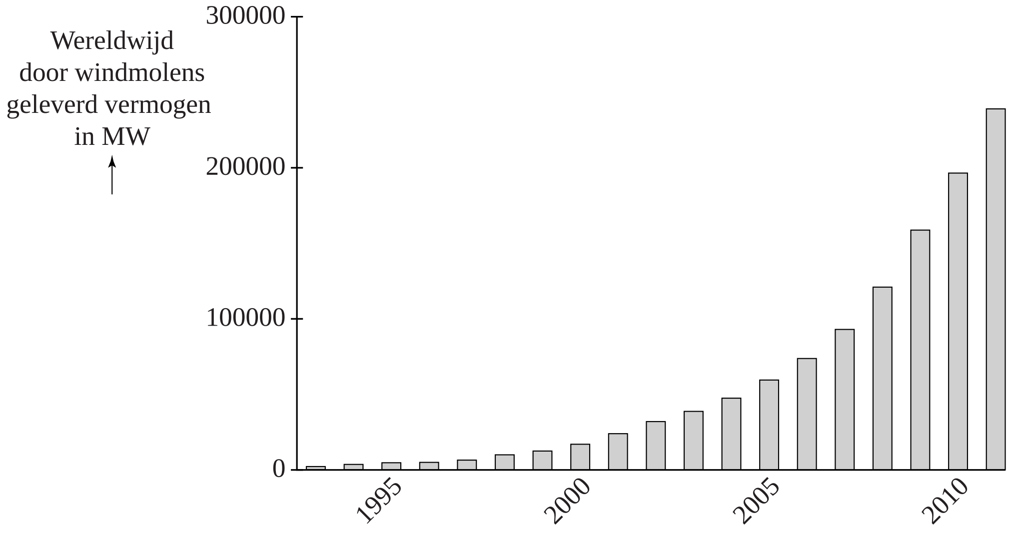
Er wordt steeds meer gebruikgemaakt van windenergie. Hoewel de bijdrage van windenergie nu nog klein is, kan windenergie in de toekomst een grote bijdrage aan onze elektriciteitsvoorziening gaan leveren.
Men voorspelt dat in het jaar 2050 in Nederland 60 000 gigawattuur (GWh) aan windenergie opgewekt zal worden. Dat zal dan 40% tot 50% van de totale behoefte aan elektrische energie in Nederland zijn.

Met behulp van deze gegevens kan worden berekend welke maximale totale behoefte aan elektrische energie in Nederland er voor 2050 wordt voorspeld.

3p **1** Bereken deze voorspelde maximale totale behoefte.

In de figuur is voor de periode 1993 - 2011 de ontwikkeling van het wereldwijd door windmolens geleverde vermogen in megawatt (MW) weergegeven. In deze periode is dit vermogen (bij benadering) exponentieel gegroeid.

figuur



In 1993 was het wereldwijd door windmolens geleverde vermogen 2900 MW. In 2011 was dit 239 000 MW.

4p **2** Bereken in één decimaal nauwkeurig het jaarlijkse groeipercentage van het wereldwijd door windmolens geleverde vermogen dat uit de gegevens volgt.

Na 2011 wordt er een jaarlijkse groei van 22% van het wereldwijd door windmolens geleverde vermogen verwacht.

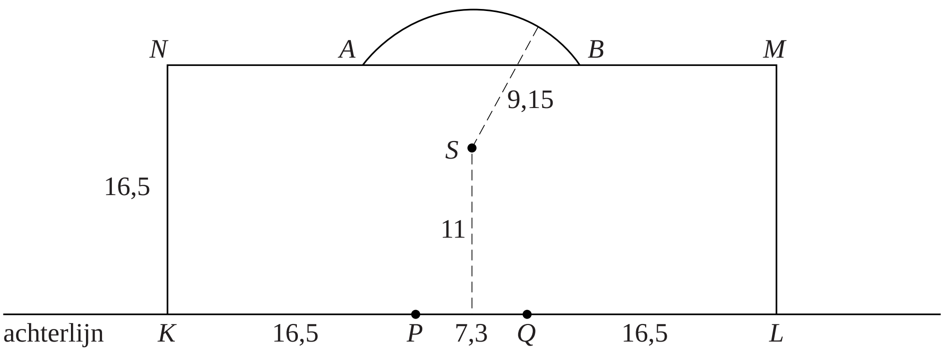
4p **3** Bereken in welk jaar dit vermogen zal zijn verdubbeld ten opzichte van het jaar 2011.

Op het voetbalveld

In figuur 1 zie je een schematische tekening van het bovenaanzicht van een gedeelte van een voetbalveld. Hierin is het volgende getekend:

– de doelpalen P en Q, met $PQ = 7{,}3$ m;
– de strafschopstip S, midden voor het doel, op een afstand van 11 m tot de lijn PQ;
– het rechthoekige strafschopgebied $KLMN$, met $KL = 40{,}3$ m en $KN = 16{,}5$ m;
– de cirkelboog AB waarvan alle punten de afstand 9,15 m tot S hebben en waarvan de eindpunten A en B op lijnstuk MN liggen.
  Toekijkende spelers mogen zich bij een strafschop niet binnen het strafschopgebied $KLMN$ en niet binnen de cirkelboog AB bevinden.

figuur 1



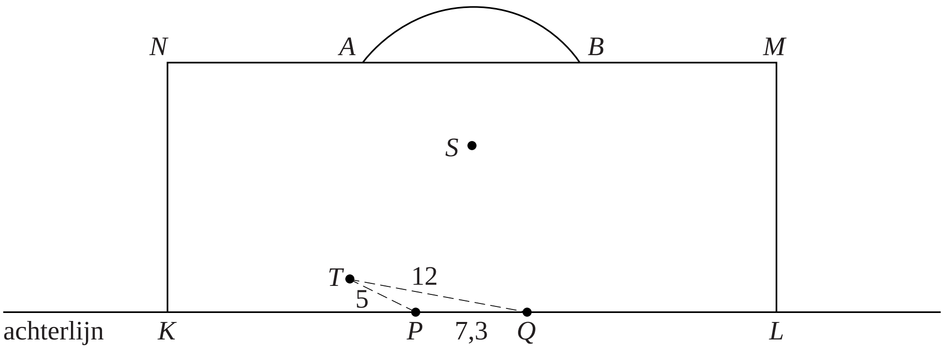
In deze opgave worden de afmetingen van de bal en de strafschopstip, de dikte van de doelpalen en de lijndikte op het veld verwaarloosd.

4p **4** Bereken de afstand in meters tussen A en B. Geef je antwoord in één decimaal nauwkeurig.

Tijdens een voetbaltraining worden onder andere situaties geoefend waarbij een speler wordt aangespeeld die dicht bij het doel staat. Deze aangespeelde speler zal vervolgens proberen te scoren. Hierbij is de afstand van de aangespeelde speler tot het doel van belang, maar ook de plaats van de speler ten opzichte van het doel.

Wanneer een speler zich dicht bij de achterlijn bevindt en iets naast het doel, is de hoek waaronder gescoord kan worden klein. Hierdoor wordt scoren moeilijk.

figuur 2



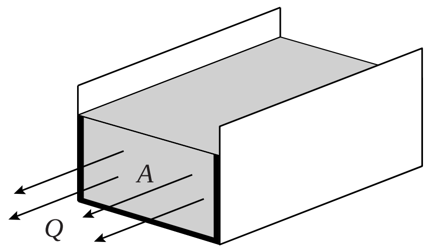
In figuur 2 is T de plaats van de aangespeelde speler.
T bevindt zich 5 meter van doelpaal P en 12 meter van doelpaal Q.

4p **5** Bereken de grootte van hoek PTQ. Geef je antwoord in een geheel aantal graden nauwkeurig.

Debiet

Via een rechthoekige goot loost een fabriek koelwater op een rivier.

figuur 1



De hoeveelheid koelwater die per seconde een dwarsdoorsnede van een goot passeert, wordt het **debiet** van de goot genoemd. In figuur 1 is dit uitgebeeld.

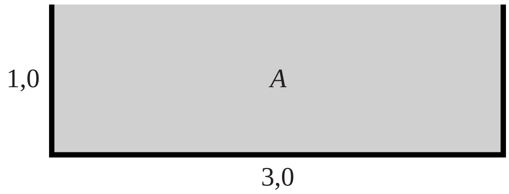
Het debiet van de goot van de fabriek is te berekenen met de formule:

$$Q = 0{,}73 \cdot \frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}}$$

Hierbij geldt:
- Q is het debiet in m^3 per seconde;
- A is de oppervlakte van de rechthoekige dwarsdoorsnede van het water in m^2;
- P is de totale lengte van de randen van de dwarsdoorsnede die onder water liggen in m. In figuur 1 zijn deze randen dikgedrukt aangegeven.

De rechthoekige goot waarmee de fabriek het koelwater loost, is 3,0 meter breed en 1,0 meter hoog. In figuur 2 is de dwarsdoorsnede van deze goot getekend bij een maximaal debiet.

figuur 2

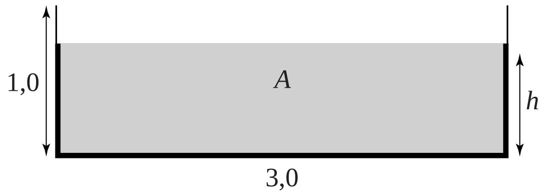


De fabriek loost 5000 m^3 koelwater per uur.

5p **6** Bereken het maximale debiet en leid daaruit af of de goot tijdens deze lozing zal overstromen.

De waterhoogte in de goot noemen we h, met h in m. Zie figuur 3.

figuur 3



Bij normale lozing stroomt er continu 1,0 m^3 koelwater per seconde door de goot.

5p **7** Bereken in dit geval de waterhoogte in de goot. Geef je antwoord in centimeter nauwkeurig.

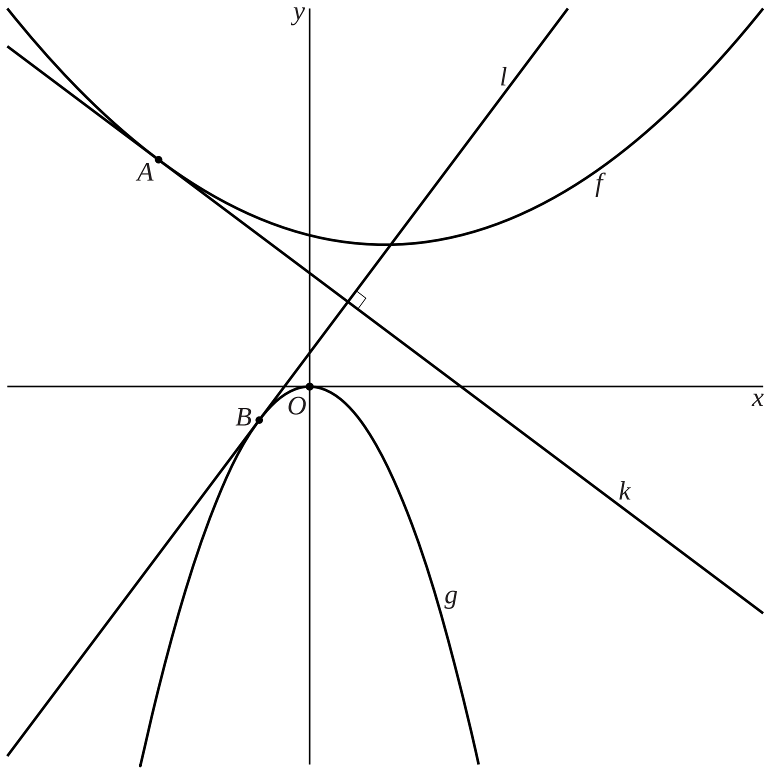
Raaklijnen aan twee parabolen

De functies f en g zijn gegeven door $f(x) = \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{4}x + 2$ en $g(x) = -x^2$.

6p **8** Bereken exact de afstand tussen de top van de grafiek van f en de top van de grafiek van g.

Op de grafiek van f ligt het punt A met $x_A = -2$. De lijn k is de raaklijn aan de grafiek van f in het punt A. De lijn l is de raaklijn aan de grafiek van g die loodrecht staat op lijn k. Het punt waarin l aan de grafiek van g raakt, noemen we B. Zie de figuur.

figuur

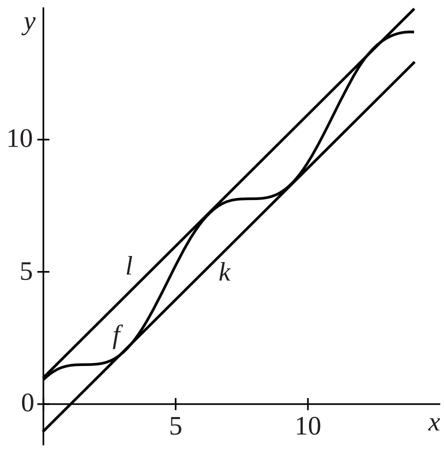


6p **9** Bereken exact de coördinaten van punt B.

Cosinus met lijnen

De functie f is gegeven door $f(x) = x + \cos x$, de lijn k is gegeven door $y = x - 1$ en de lijn l is gegeven door $y = x + 1$. In figuur 1 zijn de grafiek van f en de lijnen k en l getekend op het interval $[0, 14]$.

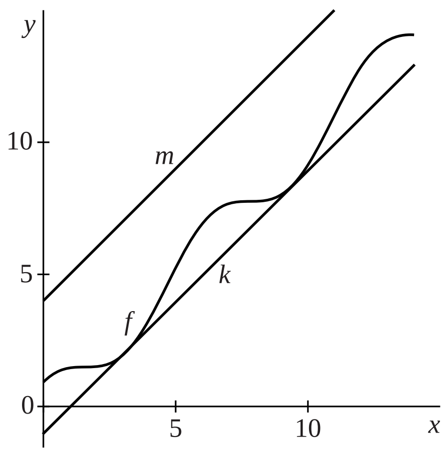
figuur 1



De grafiek van f raakt op het interval $[0, 14]$ in twee punten aan de lijn k en in drie punten aan de lijn l. Zie figuur 1.

In figuur 2 zijn weergegeven de grafiek van f, de lijn k die is gegeven door $y = x - 1$ en de lijn m die is gegeven door $y = x + 4$.

figuur 2



De functie g is gegeven door $g(x) = x + 1\frac{1}{2} + a \cdot \cos x$.

Voor een bepaalde positieve waarde van a raken de lijnen k en m beide aan de grafiek van g.

3p **10** Onderzoek voor welke positieve waarde van a dit het geval is.

Zuinig inpakken

In deze opgave wordt een balkvormige doos in een rechthoekig vel papier ingepakt. De hoogte van de doos noemen we h, de breedte b en de lengte l. Zie foto 1. Alle maten zijn in centimeter. Er geldt $h \leq b \leq l$.

Het papier wordt eerst strak in de lengterichting om de doos gevouwen. Het papier is zo lang dat twee randen ervan precies tegen elkaar aan komen. Zie foto 2. De lengte van het papier in centimeter is dus $2l + 2h$. Vervolgens wordt het papier aan de voor- en achterkant strak tegen de doos aan gevouwen. Het papier is zo breed dat de randen van het papier precies tegen elkaar aan komen. Zie foto 3. De breedte van het papier in centimeter is dus $b + h$.

foto 1

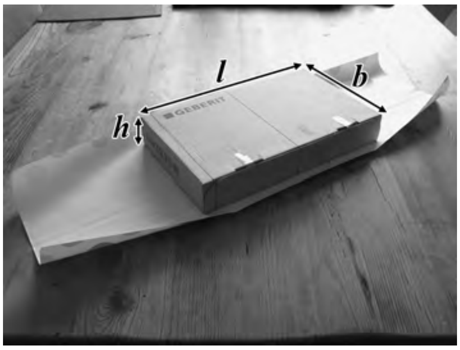


foto 2

foto 3

De oppervlakte van het papier in cm^2 noemen we O.

3p **11** Druk O uit in b, l en h. Werk de haakjes weg.

We vragen ons af hoe groot de maximale inhoud van een balkvormige doos is als we deze op de beschreven manier in een stuk cadeaupapier met een lengte van 120 cm en een breedte van 50 cm verpakken.

Met behulp van de gegevens is de inhoud I in cm^3 uit te drukken in de breedte b.
Er geldt: $I = b(b+10)(50-b)$

7p **12** Toon dit aan.

Er is een waarde van b waarvoor I maximaal is.

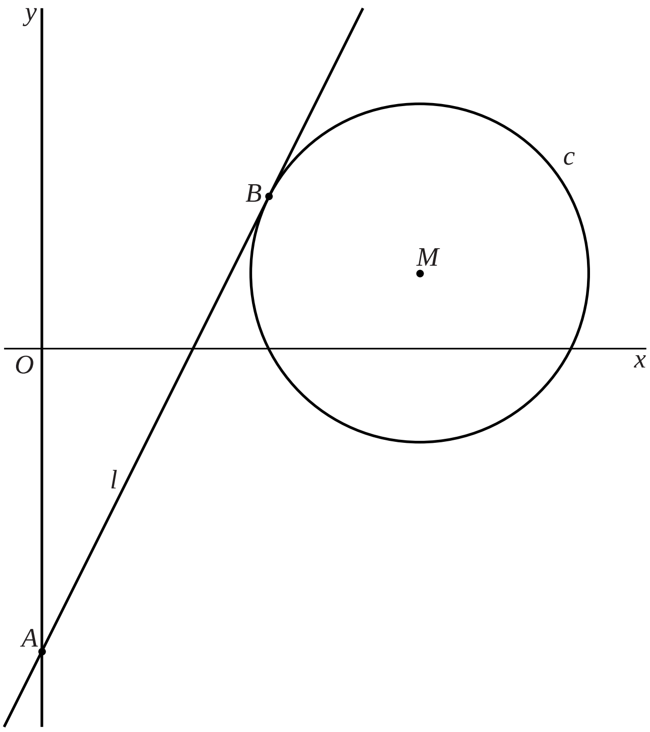
6p **13** Bereken met behulp van differentiëren de maximale inhoud van een balkvormige doos die met dit stuk papier ingepakt kan worden. Geef je antwoord in cm^3 nauwkeurig.

Raaklijn aan cirkel

Gegeven zijn de cirkel c met vergelijking $x^2+y^2-10x-2y+21=0$ en het punt $A(0,-4)$.

Van de twee raaklijnen door A aan cirkel c noemen we de raaklijn met de grootste richtingscoëfficiënt l. De lijn l raakt de cirkel in het punt B.
Zie de figuur.

figuur



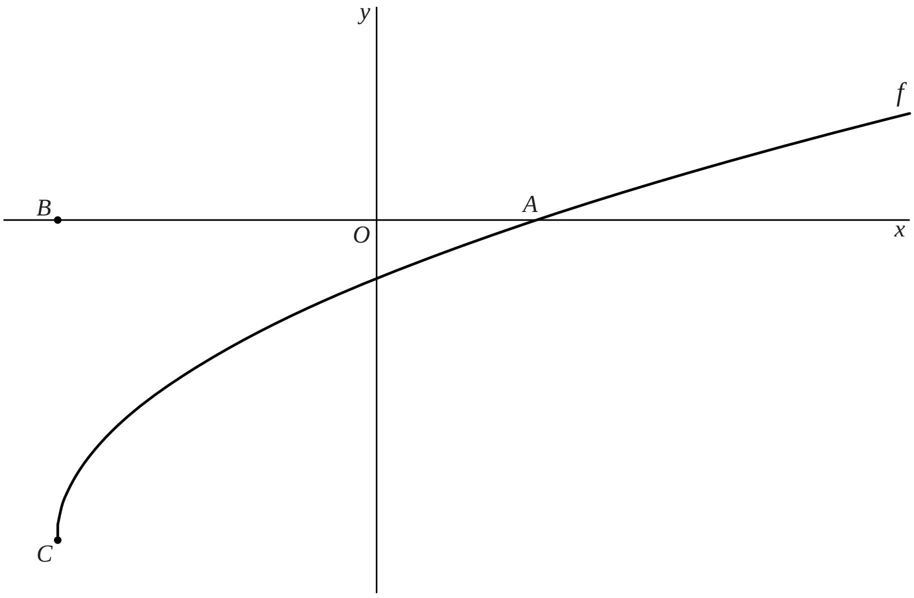
3p **14** Bereken exact de straal van c.

8p **15** Stel op algebraïsche wijze een vergelijking van lijn l op. Rond in je antwoord zo nodig af op twee decimalen.

Wortel met raaklijn

De functie f is gegeven door $f(x) = -3 + \sqrt{2x+6}$. De grafiek van f snijdt de x-as in het punt $A(1\frac{1}{2}, 0)$. Verder zijn gegeven de punten $B(-3, 0)$ en $C(-3, -3)$. Zie onderstaande figuur.

figuur



De helling van de grafiek van f in punt A is $\frac{1}{3}$.

3p **16** Toon dit langs algebraïsche weg aan.

De raaklijn in A aan de grafiek van f snijdt de lijn BC in het punt S.

4p **17** Toon aan dat S het midden van BC is.