

Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Tornadoschalen

1 maximumscore 3

- 280 km/u komt overeen met 77,8 m/s 1
- $v = 77,8$ invullen in de formule geeft $F \approx 3,3$ 1
- Dus de intensiteit op de Fujita-schaal is 3 1

2 maximumscore 4

- De waarde van F is dan minimaal 3,5 1
- De gevraagde v kan dus gevonden worden door de vergelijking 1

$$\left(\frac{v}{6,3}\right)^2 - 2 = 3,5 \text{ op te lossen}$$
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- De minimale waarde van v in zo'n tornado is 81,3 1

Opmerking

Als een kandidaat de vergelijking $F = 4$ oplost, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

3 maximumscore 4

- Substitutie van $v = 2,39 \cdot (T + 4)^{\frac{3}{2}}$ in de formule voor F geeft

$$F = \left(\frac{2,39 \cdot (T + 4)^{\frac{3}{2}}}{6,3} \right)^{\frac{2}{3}} - 2 \quad 1$$

- Dus $F = \left(\frac{2,39}{6,3} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left((T + 4)^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{2}{3}} - 2 \quad 1$

- Dit geeft $F = \left(\frac{2,39}{6,3} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot (T + 4) - 2 \quad 1$

- (Dit geeft het lineaire verband $F \approx 0,52 \cdot T + 0,10$ dus) $a = 0,52$ en $b = 0,10 \quad 1$

of

- (Bijvoorbeeld) $T = 0$ invullen in de formule voor v geeft

$v = 2,39 \cdot 4^{\frac{3}{2}} = 19,12$ en dit invullen in de formule voor F geeft

$$F = \left(\frac{19,12}{6,3} \right)^{\frac{2}{3}} - 2 \approx 0,10 \quad 1$$

- $T = 0$, $F = 0,10$ en $F = aT + b$ geeft $b = 0,10 \quad 1$

- (Bijvoorbeeld) $T = 1$ invullen in de formule voor v geeft

$v = 2,39 \cdot (4 + 1)^{\frac{3}{2}} \approx 26,72$ en dit invullen in de formule voor F geeft

$$F = \left(\frac{26,72}{6,3} \right)^{\frac{2}{3}} - 2 \approx 0,62 \quad 1$$

- $T = 1$, $F = 0,62$ en $F = aT + b$ met $b = 0,10$ geeft $a = 0,52 \quad 1$

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Wortel en parabool

4 maximumscore 4

- $f'(x) = \frac{8}{2\sqrt{8x-4}}$ (of een vergelijkbare vorm) 2
- $g'(x) = 2x$ 1
- Invullen van $x=1$ in de afgeleiden geeft $f'(1) = g'(1) = 2$ (dus zijn in dit punt de hellingen van de grafieken van f en g gelijk) 1

Opmerking

Als een kandidaat bij het differentiëren de kettingregel niet of niet correct toepast, voor deze vraag maximaal 2 scorepunten toekennen.

5 maximumscore 6

- De vergelijking $\sqrt{8x-4} = 3$ moet worden opgelost (voor $x > 0$) 1
- Kwadrateren van beide zijden geeft $8x-4 = 9$ 1
- Dit geeft $x = \frac{13}{8}$ (dus de x -coördinaat van A is $\frac{13}{8}$) 1
- De vergelijking $x^2 + 1 = 3$ moet worden opgelost (voor $x > 0$) 1
- Dit geeft $x = \sqrt{2}$ (dus de x -coördinaat van C is $\sqrt{2}$) 1
- De lengte van CA is $\frac{13}{8} - \sqrt{2}$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Omvliegen

6 maximumscore 4

- In deze situatie zijn de afstanden te berekenen in een rechthoekige driehoek waarvan één van de hoeken gelijk is aan $(342 - 270 =) 72^\circ$ 1
- De afstand in westelijke richting is $315 \cdot \cos 72^\circ (\approx 97,3)$ (km) 1
- De afstand in noordelijke richting is $315 \cdot \sin 72^\circ (\approx 299,6)$ (km) 1
- Dus de vliegafstand is $(299,6 + 97,3 - 315 \approx) 80$ (km) langer 1

7 maximumscore 5

- In deze situatie zijn de afstanden te berekenen in een driehoek waarvan één van de hoeken gelijk is aan $(342 - 310 =) 32^\circ$ 1
- (Voor de afstand van het laatste deel van de vlucht geldt de cosinusregel:) $\text{afstand}^2 = 300^2 + 315^2 - 2 \cdot 300 \cdot 315 \cdot \cos 32^\circ$ 1
- De afstand van het laatste deel van de vlucht is (ongeveer) 170 (km) 1
- Het gevraagde percentage is gelijk aan $\frac{(300+170)-315}{300+170} \cdot 100\%$ 1
- Het gevraagde percentage is 33 (%) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Derdegraadsfunctie en gebroken functie

8 maximumscore 7

- $f'(x) = -3x^2 + 4$ 1
- (De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek van f in de oorsprong is) $f'(0) = 4$ 1
- $g'(x) = 2a(ax+1)^{-3}$ 2
- (De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek van g in de oorsprong is) $g'(0) = 2a$ 1
- (Loodrecht snijden, dus) voor de gevraagde waarde van a geldt $2a \cdot 4 = -1$ 1
- Dus $a = -\frac{1}{8}$ 1

Opmerking

Als een kandidaat bij het differentiëren de kettingregel niet of niet correct toepast, voor deze vraag maximaal 5 scorepunten toekennen.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Olie

9 maximumscore 4

- De vergelijking $g^{11} = 2$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- Dit geeft $g \approx 1,065$ 1
- Dus een jaarlijkse groei van (ongeveer) 6,5% 1

10 maximumscore 4

- De vergelijking $500 \cdot 1,034^t = 750$ moet worden opgelost 1
- Dit geeft $1,034^t = \frac{750}{500}$ ($= \frac{3}{2}$) 1
- Dus $t = \frac{\log \frac{750}{500}}{\log 1,034} \approx 12,1$ (of $t = {}^{1,034} \log \frac{750}{500} \approx 12,1$) 1
- Dus in 1993 passeerde de totale hoeveelheid verbruikte olie de grens van 750 miljard vaten 1

Opmerking

Voor het antwoord 1994 geen scorepunten in mindering brengen.

11 maximumscore 4

- De vergelijking $\frac{2400}{1 + 56 \cdot 0,95^t} = 1200$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- $t \approx 78,5$ 1
- $(1930 + 78 = 2008)$ dus in 2008 was de geschatte voorraad voor de helft verbruikt 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Grafiek van een logaritme

12 maximumscore 5

- De vergelijking ${}^3\log(4x+3)=0$ moet worden opgelost 1
- (Voor de x -coördinaat van A geldt) $x = -\frac{1}{2}$ 1
- (De y -coördinaat van B is) ${}^3\log(4 \cdot 0 + 3) = 1$ 1
- (De richtingscoëfficiënt van l is) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1-0}{0 - -\frac{1}{2}} = 2$ 1
- (Een vergelijking van l is dus) $y = 2x + 1$ 1

13 maximumscore 3

- De gevraagde helling is gelijk aan $f'(1)$ 1
- Beschrijven hoe $f'(1)$ berekend kan worden 1
- $f'(1) \approx 0,52$ 1

Grafiek van een cosinus

14 maximumscore 5

- $a = \left(\frac{4+1}{2}\right) = 2\frac{1}{2}$ 1
- (Bijvoorbeeld) $b = \left(4 - 2\frac{1}{2}\right) = 1\frac{1}{2}$ en $d = 4$ 2
- Het interval $[1, 4]$ is een halve periode, dus de periode is 6 1
- $c = \frac{2\pi}{6}$ ($= \frac{1}{3}\pi$) (of ongeveer 1,05 (of nauwkeuriger)) 1

Opmerking

Als een kandidaat werkt met een vergelijking van de vorm

$y = a + b \sin(c(x-d))$, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Een halve cirkel als grafiek

15 maximumscore 5

- De vergelijking $1 + \sqrt{-x^2 - 4x + 12} = -x + 4$ moet worden opgelost 1
- Hieruit volgt $-x^2 - 4x + 12 = (-x + 3)^2$ 1
- Hieruit volgt $2x^2 - 2x - 3 = 0$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking exact opgelost kan worden 1
- (De x -coördinaat van A is) $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{7}$ en (de x -coördinaat van B is) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{7}$ (of vergelijkbare vormen) 1

16 maximumscore 5

- De grafiek van f heeft als vergelijking $y = 1 + \sqrt{-x^2 - 4x + 12}$ 1
- Hieruit volgt $(y - 1)^2 = -x^2 - 4x + 12$ 1
- Dit is te herleiden tot $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 16$ 1
- De coördinaten van het middelpunt zijn $(-2, 1)$ 1
- De straal is 4 1

of

- Voor de x -coördinaten van de randpunten van de grafiek geldt $-x^2 - 4x + 12 = 0$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking exact opgelost kan worden 1
- $x = -6$ of $x = 2$ 1
- (De grafiek van f is de helft van een cirkel, dus) de straal is $\frac{2 - (-6)}{2} = 4$ 1
- Het middelpunt heeft x -coördinaat $\frac{-6 + 2}{2} = -2$ en y -coördinaat $(f(-6) = (\text{of } f(2) =))$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Cirkel en lijn

17 maximumscore 8

- De vergelijking $x^2 + y^2 - 6x + 6y = -8\frac{2}{5}$ is te herleiden tot
 $(x-3)^2 + (y+3)^2 = 9\frac{3}{5}$ 1
 - De straal van de cirkel is dus $\sqrt{9\frac{3}{5}}$ ($\approx 3,098$ (of nauwkeuriger)) 1
 - De coördinaten van M zijn $(3, -3)$ 1
 - Een lijn loodrecht op l heeft richtingscoëfficiënt $\frac{1}{4}$ 1
 - $x = 3$ en $y = -3$ invullen in $y = \frac{1}{4}x + b$ geeft $b = -3\frac{3}{4}$ (dus een vergelijking van de lijn m loodrecht op l door M is $y = \frac{1}{4}x - 3\frac{3}{4}$) 1
 - $\frac{1}{4}x - 3\frac{3}{4} = -4x - 3\frac{3}{4}$ geeft $x = 0$ en dit invullen in $y = \frac{1}{4}x - 3\frac{3}{4}$ geeft $y = -3\frac{3}{4}$, dus de coördinaten van het snijpunt van l en m zijn $(0, -3\frac{3}{4})$ 1
 - De afstand tussen $M(3, -3)$ en $(0, -3\frac{3}{4})$, dus van M tot l , is
 $\sqrt{(0-3)^2 + (-3\frac{3}{4} - -3)^2} = \sqrt{9\frac{9}{16}}$ ($\approx 3,092$ (of nauwkeuriger)) 1
 - $9\frac{9}{16} < 9\frac{3}{5}$ (of $\sqrt{9\frac{9}{16}} < \sqrt{9\frac{3}{5}}$) (of $3,092 < 3,098$) (dus de afstand van M tot l is inderdaad kleiner dan de straal van c) 1
- of
- De afstand van M tot l is kleiner dan de straal als l en c twee snijpunten hebben 2
 - Dit is het geval als de vergelijking
 $x^2 + (-4x - 3\frac{3}{4})^2 - 6x + 6(-4x - 3\frac{3}{4}) = -8\frac{2}{5}$ twee oplossingen heeft 1
 - Uit $x^2 + (-4x - 3\frac{3}{4})^2 - 6x + 6(-4x - 3\frac{3}{4}) = -8\frac{2}{5}$ volgt
 $x^2 + 16x^2 + 2 \cdot 4 \cdot 3\frac{3}{4}x + (3\frac{3}{4})^2 - 6x - 24x - 6 \cdot 3\frac{3}{4} = -8\frac{2}{5}$ 2
 - Hieruit volgt $x^2 + 16x^2 + 30x + 14\frac{1}{16} - 6x - 24x - 22\frac{1}{2} = -8\frac{2}{5}$ 1
 - Hieruit volgt $17x^2 = \frac{3}{80}$ 1
 - (Dit geeft $x = \sqrt{\frac{3}{1360}}$ of $x = -\sqrt{\frac{3}{1360}}$ dus) deze vergelijking heeft twee oplossingen (dus de afstand van M tot l is kleiner dan de straal van c) 1