

Voornamen

Mensen die een kind krijgen, moeten dit melden bij de Sociale Verzekeringsbank (SVB) om kinderbijslag te ontvangen. De SVB beschikt hierdoor over de voornamen van vrijwel alle kinderen die in een bepaald jaar zijn geboren. In Nederland zijn in 1996 en 1997 in totaal ongeveer 200 000 jongens geboren.

Sommige namen worden heel vaak gegeven terwijl andere namen zelden voorkomen. In alle aanmeldingen bij de SVB over de jaren 1996 en 1997 kwamen 15 788 verschillende voornamen van jongens voor. Het gaat dan alleen om de eerste naam van de jongens en niet om eventuele extra namen.

In de tabel is een overzicht gegeven van het aantal jongens per voornaam (a) en het bijbehorende aantal voornamen (n) in deze periode.

tabel

Voornamen	Monk, Archimeds, Cassius,...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	Thomas
Aantal jongens per voornaam (a)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...	2346
Aantal voornamen (n)	9726	2067	855	487	323	226	188	165	125	91	...	1

Thomas is de voornaam die in de jaren 1996 en 1997 het meest voorkwam. Uit de tabel blijkt dat deze naam in totaal aan 2346 jongens werd gegeven. Er zijn ook namen die in deze periode aan slechts één jongen zijn gegeven, bijvoorbeeld Monk, Archimedes en Cassius. In de tabel zie je dat er in deze twee jaren in totaal 9726 namen waren die elk één keer aan een jongen zijn gegeven.

Van alle jongens geboren in 1996 en 1997 zijn er 19 988 die minder dan vijf naamgenoten hebben die ook in deze periode geboren zijn.

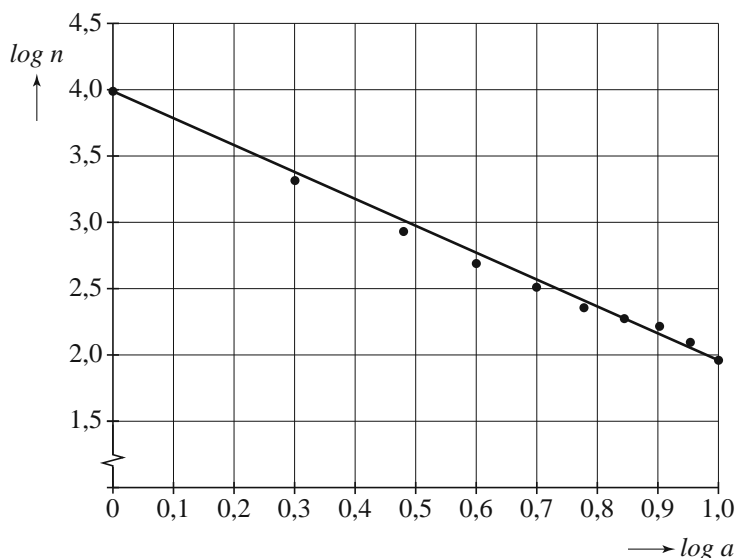
3p 1 Leg dit uit met behulp van de tabel.

Uit de tabel blijkt dat het verband tussen a en n niet lineair is.

2p 2 Toon met een berekening aan dat er ook **geen** sprake is van een exponentieel verband tussen a en n .

In de figuur is $\log n$ uitgezet tegen $\log a$ voor $a = 1$ tot en met $a = 10$. Deze punten liggen bij benadering op de rechte lijn door de punten met $a = 1$ en $a = 10$. Voor de punten op de rechte lijn geldt een lineair verband tussen $\log a$ en $\log n$. Dus $\log n = p \cdot \log a + q$.

figuur



Voor de formule die hoort bij deze lijn geldt $p \approx -2$ en $q \approx 4$.

Met behulp van de waarden uit de tabel die horen bij $a = 1$ en $a = 10$ kunnen p en q op algebraïsche wijze berekend worden.

- 4p **3** Bereken de waarden van p en q op deze manier. Rond je antwoorden af op twee decimalen.

Het punt dat hoort bij $a = 4$ ligt iets onder de lijn. Dit betekent dat het werkelijke aantal voornamen dat 4 keer is gegeven kleiner is dan het aantal dat hiervoor met behulp van de formule $\log n = -2 \cdot \log a + 4$ gevonden wordt.

- 3p **4** Bereken hoeveel procent kleiner.

Door herschrijven van de formule die hoort bij de grafiek in de figuur blijkt dat het verband tussen a en n kan worden benaderd met de machtsfunctie die gegeven is door:

$$n(a) = 9726 \cdot a^{-2,03}$$

In de tabel is te zien dat wanneer a toeneemt, n afnemend daalt. Deze machtsfunctie is hiermee in overeenstemming.

- 4p **5** Toon dit aan met behulp van de afgeleide van $n(a)$.