

## Windmolens

Een windmolen kan de bewegingsenergie van de wind omzetten in elektrische energie. De hoeveelheid elektrische energie die een windmolen produceert, is afhankelijk van de windsnelheid. Hoe harder het waait, hoe meer elektrische energie een windmolen kan produceren.

Omdat er energie uit de wind gehaald is en omgezet is in elektrische energie, is de bewegingsenergie van de wind achter een windmolen kleiner dan ervoor. Dus is de windsnelheid achter de windmolen ook kleiner dan de windsnelheid vóór de windmolen.

De energie in joule (J) die een windmolen per seconde produceert, wordt gegeven door de formule:

$$E = \frac{1}{4} \cdot c \cdot v^3 \cdot \left( 1 - \left( \frac{w}{v} \right)^3 - \left( \frac{w}{v} \right)^2 + \left( \frac{w}{v} \right) \right) \quad (\text{formule 1})$$

Hierin is

- $E$  de energie die de molen per seconde produceert in J;
- $c$  een (positieve) constante die hoort bij de windmolen, deze constante is onder andere afhankelijk van de grootte en vorm van de wieken;
- $v$  de snelheid van de wind vóór de windmolen in m/s;
- $w$  de snelheid van de wind achter de windmolen in m/s.

Bij een wind met een snelheid van 10 m/s vóór de windmolen produceert de windmolen Amstelvogel in Ouderkerk aan de Amstel, zie de foto, elke seconde 1,21 miljoen J. De waarde van  $c$  die hoort bij deze windmolen is 5116.

- 3p **8** Bereken de snelheid van de wind achter de windmolen in m/s. Geef je eindantwoord in één decimaal.

**foto**



We gaan nu weer kijken naar windmolens in het algemeen. Een windmolen kan niet alle energie uit de wind halen, want dan zou de lucht achter de windmolen stilstaan. Het blijkt dat de maximale hoeveelheid energie die een windmolen uit de wind kan halen alleen afhangt van de verhouding tussen de windsnelheden vóór en achter de molen, dus de verhouding tussen  $v$  en  $w$ .

Stel  $p = \frac{w}{v}$ , dan kan formule 1 geschreven worden als:

$$E = \frac{1}{4} \cdot c \cdot v^3 \cdot (1 - p^3 - p^2 + p) \quad (\text{formule 2})$$

Bij een constante waarde van  $v$  is  $E$  maximaal als  $1 - p^3 - p^2 + p$  maximaal is.

Voor elke constante  $c$  en  $v$  wordt de maximale waarde voor  $E$  bereikt bij  $p = \frac{1}{3}$ .

- 4p **9** Bewijs dat deze maximale waarde voor  $E$  inderdaad bereikt wordt bij  $p = \frac{1}{3}$ .

De maximale waarde voor  $E$  noemen we  $E_{\max}$ .

De energie van wind met een snelheid  $v$  die per seconde wordt opgevangen door een windmolen waarvan  $c$  de constante is, wordt gegeven door:

$$E_{\text{wind}} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot v^3$$

Het maximale percentage van de energie die een windmolen uit de wind kan halen is  $\frac{E_{\max}}{E_{\text{wind}}} \cdot 100\%$ .

- 3p **10** Bereken dit percentage. Geef je eindantwoord in hele procenten.