Vraag	Antwoord	Scores

Logaritme en parabool

1 maximumscore 3

- $3+{}^{2}\log(x+4)=0$ geeft ${}^{2}\log(x+4)=-3$ — 1
- Hieruit volgt $x+4=2^{-3}$ (of $x+4=\frac{1}{8}$) — 1
- De x-coördinaat van A is dus $x=-3\frac{7}{8}$ — 1

2 maximumscore 2

- $y=3+{}^{2}\log(x+4)$ herschrijven als: $y={}^{2}\log(2^3)+{}^{2}\log(x+4)$ (of $y={}^{2}\log(8)+{}^{2}\log(x+4)$) — 1
- Dit is gelijk aan ($y={}^{2}\log(8(x+4))$, dus) $y={}^{2}\log(8x+32)$ (dus $a=8$ en $b=32$) — 1

3 maximumscore 5

- De verticale asymptoot heeft vergelijking $x=-4$ — 1
- Dus $T(-4, 0)$ — 1
- Dus een functievoorschrift van g is van de vorm $g(x)=a(x+4)^2$ — 1
- $f(0)=5$, dus $g(0)=5$ — 1
- Dit geeft $a=\frac{5}{16}$ (dus $g(x)=\frac{5}{16}(x+4)^2$) — 1

of

- $f(0)=5$, dus $g(0)=5$ — 1
- De verticale asymptoot heeft vergelijking $x=-4$ — 1
- Dus $T(-4, 0)$ — 1
- Een functievoorschrift van g is van de vorm $g(x)=ax^2+bx+5$; er moet bovendien gelden $\frac{-b}{2a}=-4$ en $g(-4)=0$, dus $16a-4b+5=0$ — 1
- Uit een exacte berekening volgt dan $a=\frac{5}{16}$ en $b=2\frac{1}{2}$ (dus $g(x)=\frac{5}{16}x^2+2\frac{1}{2}x+5$) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Gooilandkaart

4 maximumscore 6

- De hoek tussen Naarden-Laren en Naarden-Hilversum is $180° - 90,9° - 49,3° = 39,8°$ 1
- De afstand NH van Naarden tot Hilversum is te berekenen met de sinusregel: $\frac{NH}{\sin(90,9°)} = \frac{5060}{\sin(39,8°)}$ 1
- Hieruit volgt $NH = 7903,9...$ (m) 1
- De hoek tussen Naarden-Huizen en Naarden-Hilversum is $47,7° + 39,8° = 87,5°$ 1
- De afstand ZH van Huizen tot Hilversum is te berekenen met de cosinusregel: $ZH^2 = 4810^2 + 7903,9...^2 - 2 \cdot 4810 \cdot 7903,9... \cdot \cos(87,5°)$ 1
- De gevraagde afstand is 9070 (m) 1

Vraag	Antwoord	Scores

Wortel en cirkel

5 maximumscore 3

- (Horizontale) translatie ‘4 naar links’ (of een horizontale translatie van -4) 1
- Vermenigvuldiging (ten opzichte van de y-as) met $\frac{1}{3}$ 1
- De volgorde waarin deze transformaties moeten worden toegepast, is: eerst de translatie, daarna de vermenigvuldiging 1

of

- Er geldt $f(x)=\sqrt{3(x+\frac{4}{3})}$; vermenigvuldiging (ten opzichte van de y-as) met $\frac{1}{3}$ 1
- (Horizontale) translatie ‘$\frac{4}{3}$ naar links’ (of een horizontale translatie van $-\frac{4}{3}$) 1
- De volgorde waarin deze transformaties moeten worden toegepast, is: eerst de vermenigvuldiging, daarna de translatie 1

6 maximumscore 7

- $f'(x)=\dfrac{3}{2\sqrt{3x+4}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2
- $(\text{rc}_k =) f'(0)=\frac{3}{4}$ 1
- (Omdat l loodrecht op k staat, geldt:) $\text{rc}_l=-\frac{4}{3}$ 1
- (Een vergelijking voor l is $y=-\frac{4}{3}x+2$, dus) uit $-\frac{4}{3}x+2=0$ volgt $x=1\frac{1}{2}$ (, dus $M(1\frac{1}{2},0)$) 1
- De straal van c is $\sqrt{(1\frac{1}{2})^2+2^2}=2\frac{1}{2}$ 1
- (Omdat M op de x-as ligt, zijn de gevraagde coördinaten:) $x_P=(1\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}=)-1$ en $x_Q=(1\frac{1}{2}+2\frac{1}{2}=)4$ 1

Opmerking
Voor het eerste antwoordelement mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.

Vraag	Antwoord	Scores

Sinusoïden en somfunctie

7 maximumscore 4

- De periode van f en g is $\left(\frac{2\pi}{2}=\right)\pi$ 1
- Het maximum van f vindt plaats na een kwart periode, dus bij $x=\frac{1}{4}\pi$; dit geeft $f(\frac{1}{4}\pi)=4$ (of bijbehorende y-waarde: $1+3=4$) 1
- Het minimum van g vindt plaats na een halve periode, dus bij $x=\frac{1}{2}\pi$; dit geeft $g(\frac{1}{2}\pi)=-2$ (of bijbehorende y-waarde: $1-3=-2$) 1
- De lengte van PR is dan $\sqrt{(\frac{1}{4}\pi-\frac{1}{2}\pi)^2+(4--2)^2}$ $(=6,051...)$ dus het eindantwoord is: 6,05 1

of

- Voor de maxima van f geldt: $\sin(2x)=1$ en voor de minima van g geldt: $\cos(2x)=-1$ 1
- Voor P geldt: $x=\frac{1}{4}\pi$ en $y=4$ 1
- Voor R geldt: $x=\frac{1}{2}\pi$ en $y=-2$ 1
- De lengte van PR is dan $\sqrt{(\frac{1}{4}\pi-\frac{1}{2}\pi)^2+(4--2)^2}$ $(=6,051...)$ dus het eindantwoord is: 6,05 1

of

- Voor $y=\sin(x)$ en $y=\cos(x)$ geldt voor de eerste toppen rechts van de y-as: $\Delta x=\frac{1}{2}\pi$ 1
- Door de vermenigvuldiging ten opzichte van de y-as met $\frac{1}{2}$ van $y=\sin(x)$ en $y=\cos(x)$ geldt hier dat $\Delta x=\frac{1}{4}\pi$ 1
- Voor de maxima van f geldt: $y=4$ en voor de minima van g geldt: $y=-2$ dus $\Delta y=6$ 1
- De lengte van PR is dan $\sqrt{(\frac{1}{4}\pi)^2+6^2}$ $(=6,051...)$ dus het eindantwoord is: 6,05 1

Vraag	Antwoord	Scores

8 **maximumscore 7**

- Beschrijven hoe de coördinaten van twee opeenvolgende toppen van de grafiek van *h* bepaald kunnen worden 1
- Dit geeft bijvoorbeeld $(0{,}392...; 6{,}242...)$ en $(1{,}963...; -2{,}242...)$ 1
- $q = \frac{6{,}242... - -2{,}242...}{2}$ $(= 4{,}242...)$ dus de gevraagde waarde van q is 4,24 1
- (Een maximum wordt bereikt voor $x = 0{,}392...$, dus) de gevraagde waarde van s is 0,39 1
- $p = \frac{6{,}242... + -2{,}242...}{2}$, dus de gevraagde waarde van p is 2,00 (of $p = 2$) 1
- De periode is $2 \cdot (1{,}963... - 0{,}392...) = 3{,}141...$ 1
- (Dit geeft $r = \frac{2\pi}{3{,}141...}$) dus de gevraagde waarde van r is 2,00 (of $r = 2$) 1

of

- Beschrijven hoe de coördinaten van twee opeenvolgende toppen van de grafiek van *h* bepaald kunnen worden 1
- Dit geeft bijvoorbeeld $(0{,}392...; 6{,}242...)$ en $(1{,}963...; -2{,}242...)$ 1
- $q = \frac{6{,}242... - -2{,}242...}{2}$ $(= 4{,}242...)$ dus de gevraagde waarde van q is 4,24 1
- (Een maximum wordt bereikt voor $x = 0{,}392...$, dus) de gevraagde waarde van s is 0,39 1
- De evenwichtsstand van h is de som van de evenwichtsstanden van f en g (of $p = 1 + 1$), dus $p = 2$ 1
- Omdat f en g dezelfde periode hebben, zal ook h deze periode hebben 1
- $r = 2$ 1

Vraag	Antwoord	Scores

Luchtvervuiling

9 **maximumscore 4**

- De waarde 0,20 ppm ligt in de categorie ‘erg ongezond’ of: de coördinaten $(0{,}125;\,200)$ en $(0{,}375;\,300)$ zijn nodig 1
- De richtingscoëfficiënt is $\dfrac{300-200}{0{,}375-0{,}125}$ $(=400)$ 1
- (Dus geldt $AQI = 400C + b$; $300 = 400 \cdot 0{,}375 + b$, waaruit volgt) $AQI = 400C + 150$ 1
- De gevraagde AQI is dan $(400 \cdot 0{,}2 + 150 =)\ 230$ 1

of

- De waarde 0,20 ppm ligt in de categorie ‘erg ongezond’ of: de coördinaten $(0{,}125;\,200)$ en $(0{,}375;\,300)$ zijn nodig 1
- De richtingscoëfficiënt is $\dfrac{300-200}{0{,}375-0{,}125}$ $(=400)$ 1
- $0{,}2 - 0{,}125 = 0{,}075$ 1
- De gevraagde AQI is dan $(200 + 0{,}075 \cdot 400 =)\ 230$ 1

10 **maximumscore 4**

- De vergelijking $0{,}0612 = \dfrac{584{,}976 \cdot C_{\text{ppm}}}{273{,}15 + 20}$ moet opgelost worden 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- De gevraagde concentratie in ppm is $0{,}03...$ 1
- Deze waarde valt in de categorie ‘goed’ 1

11 **maximumscore 3**

- De noemer van de breuk is dan 298,15 1
- $C_{\text{mg/m}^3} = \dfrac{584{,}976 \cdot C_{\text{ppm}}}{298{,}15} = 1{,}962... \cdot C_{\text{ppm}}$ 1
- C_{ppm} uitgedrukt in $C_{\text{mg/m}^3}$ geeft: ($C_{\text{ppm}} = 0{,}509... \cdot C_{\text{mg/m}^3}$, dus) de evenredigheidsconstante is 0,51 1

Vraag	Antwoord	Scores

Minimale omtrek

12 **maximumscore 6**

- Voor de omtrek M van de rechthoek horend bij $P(x, y)$ geldt: $M = 2x + 2f(x)$ 1
- Deze formule kan herschreven worden tot $M = 2x + 6x^{-3}$ 1
- $\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}x} = 2 - 18 \cdot x^{-4}$ 1
- $\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}x} = 0$ levert $\frac{18}{x^4} = 2$ 1
- Dit geeft $x = \sqrt[4]{9}$ (of een gelijkwaardige vorm) ($x = -\sqrt[4]{9}$ voldoet niet) 1
- $y = \frac{3}{(\sqrt[4]{9})^3}$ (of een gelijkwaardige vorm) (dus $P(\sqrt{3}, \frac{1}{3}\sqrt{3})$) 1

Opmerking
Voor het toekennen van het eerste scorepunt is een opmerking als ‘de omtrek is 2 keer de breedte plus 2 keer de hoogte’ niet voldoende.

Vraag	Antwoord	Scores

Een raaklijn en een evenwijdige lijn door *O*

13 maximumscore 5

- Voor de x-coördinaat van A geldt $-2+\sqrt{8+x}=0$; hieruit volgt $\sqrt{8+x}=2$ 1
- Dit geeft $x=-4$ 1
- $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{8+x}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- $f'(-4)=\frac{1}{4}$ 1
- (k gaat door $A(-4, 0)$ dus) voor k geldt: $\frac{1}{4}\cdot -4+b=0$ en dit geeft $b=1$ (dus een vergelijking van k is $y=\frac{1}{4}x+1$) 1

of

- De vergelijking $-2+\sqrt{8+x}=\frac{1}{4}x+1$ moet één oplossing hebben 1
- Kwadrateren van $\sqrt{8+x}=\frac{1}{4}x+3$ geeft $8+x=\left(\frac{1}{4}x+3\right)^2$ 1
- $8+x=\frac{1}{16}x^2+1\frac{1}{2}x+9$, dus $\frac{1}{16}x^2+\frac{1}{2}x+1=0$ (dus $x^2+8x+16=0$) 1
- $(x+4)^2=0$ geeft $x=-4$ (dus één oplossing) (of het gebruik van de discriminant $D=\left(\frac{1}{2}\right)^2-4\cdot\frac{1}{16}\cdot 1=0$) (dus de lijn met vergelijking $y=\frac{1}{4}x+1$ is een raaklijn aan de grafiek van f) 1
- $f(-4)=0$ (of $(-4, 0)$ ligt op lijn k) (dus de lijn met vergelijking $y=\frac{1}{4}x+1$ is lijn k) 1

14 maximumscore 3

- (Uit $8+x=0$ volgt) de x-coördinaat van B is $x=-8$ 1
- De y-coördinaat van B is $y=(\,f(-8)=\,)-2$ 1
- De richtingscoëfficiënt van l is $\frac{-2}{-8}=\frac{1}{4}$ (dus k en l zijn evenwijdig) 1

Vraag	Antwoord	Scores

15 **maximumscore 4**

- De richtingscoëfficiënt van de lijn m loodrecht op k en l door O is $\left(-\frac{1}{\frac{1}{4}}=\right)-4$ (dus een vergelijking van m is $y=-4x$) 1
- Voor het snijpunt van k en m geldt: $-4x=\frac{1}{4}x+1$ 1
- Dit geeft $x=-\frac{4}{17}$ en $y=\frac{16}{17}$ 1
- De afstand tussen k en l is $\sqrt{\left(-\frac{4}{17}\right)^2+\left(\frac{16}{17}\right)^2}=\sqrt{\frac{16}{17}}$ (of een gelijkwaardige vorm) 1

of

- De richtingscoëfficiënt van de lijn m loodrecht op k en l door A is $\left(-\frac{1}{\frac{1}{4}}=\right)-4$ (dus een vergelijking van m is $y=-4x-16$) 1
- Voor het snijpunt van l en m geldt: $-4x-16=\frac{1}{4}x$ 1
- Dit geeft $x=-\frac{64}{17}$ en $y=-\frac{16}{17}$ 1
- De afstand tussen k en l is $\sqrt{\left(-\frac{64}{17}--4\right)^2+\left(-\frac{16}{17}-0\right)^2}=\sqrt{\frac{16}{17}}$ (of een gelijkwaardige vorm) 1

Vraag	Antwoord	Scores

Daglengte

16 **maximumscore 2**

- $a = \frac{2\pi}{365}$, dus de gevraagde waarde van a is 0,017 — 1
- De grafiek snijdt de lijn met vergelijking $L = 12$ bij $t = 77$ (of $168 - \frac{1}{4} \cdot 365 = 76,75$), dus de gevraagde waarde van b is 77 — 1

of

- $a = \frac{2\pi}{365}$, dus de gevraagde waarde van a is 0,017 — 1
- Vanwege $t = 168$ op de langste dag moet gelden: $\frac{2\pi}{365}(168 - b) = \frac{1}{2}\pi$; (beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden;) de gevraagde waarde van b is 77 — 1

Opmerking
Als een kandidaat bij het eerste antwoordalternatief bij het aflezen in het tweede antwoordelement een andere waarde in het interval [75,80] vermeldt, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

17 **maximumscore 3**

- Het tekenen van een raaklijn in (de buurt van) het snijpunt met de lijn $L = 12$ — 1
- Het bepalen van de helling 0,07 (uur per dag) van deze raaklijn — 1
- De maximale helling is dus 4 (minuten per dag) — 1

Opmerkingen
- *Bij het tekenen van de raaklijn dient de t-coördinaat van het raakpunt in het interval [65,90] te liggen.*
- *Als een kandidaat als gevolg van afwijkende aflezingen tot een andere waarde van de helling in het interval [0,06; 0,08] komt, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.*

Vraag	Antwoord	Scores

Vierkant en halve cirkel

18 maximumscore 5

- Een vergelijking van de halve cirkel is $x^2 + (y-3)^2 = 9$ (met $y \geq 3$) 1
- Een vergelijking van de lijn door middelpunt M loodrecht op PQ is $y = x + 3$ 1
- De vergelijking $x^2 + (x+3-3)^2 = 9$ moet opgelost worden 1
- Hieruit volgt $x = \sqrt{4\frac{1}{2}}$ (of een gelijkwaardige vorm) 1
- De bijbehorende y-coördinaat is $y = 3 + \sqrt{4\frac{1}{2}}$ (of een gelijkwaardige vorm) (, dus $K\left(\sqrt{4\frac{1}{2}}, 3+\sqrt{4\frac{1}{2}}\right)$) 1

of

- K' is de loodrechte projectie van K op AB 1
- Driehoek $MK'K$ is een gelijkbenige driehoek omdat MK evenwijdig is met OB; driehoek $MK'K$ is ook een rechthoekige driehoek 1
- $MK=3$ 1
- $MK' = KK' = \frac{3}{\sqrt{2}}$ (omdat driehoek $MK'K$ een $1-1-\sqrt{2}$-driehoek is) 1
- Dus $x_K = \frac{3}{\sqrt{2}}$ (of een gelijkwaardige vorm) en $y_K = 3 + \frac{3}{\sqrt{2}}$ (of een gelijkwaardige vorm) 1

of

- Een vergelijking van de halve cirkel is $x^2 + (y-3)^2 = 9$ (met $y \geq 3$) 1
- Een vergelijking van de lijn door P en Q is $y = -x + b$ 1
- De vergelijking $x^2 + (-x+b-3)^2 = 9$ heeft één oplossing; $D = 0$ geeft $b = 3 + 3\sqrt{2}$ 1
- Hieruit volgt $x = \frac{3}{2}\sqrt{2}$ (of een gelijkwaardige vorm) 1
- De bijbehorende y-coördinaat is $y = 3 + \frac{3}{2}\sqrt{2}$ (of een gelijkwaardige vorm) 1

Bronvermeldingen

Gooilandkaart
figuur bron: Stichting Stad- en Lande van Gooiland - gooiland.50plusser.nl - 2021