

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Transistors en opslagcapaciteit

1 maximumscore 3

- De groeifactor per vijf jaar is $(\frac{6,9}{1})6,9$ 1
- De groeifactor per jaar is $6,9^{\frac{1}{5}}$ ($=1,47\dots$) 1
- In 2021 zal het aantal transistors $1,47\dots^8 \approx 22$ (miljard) zijn 1

2 maximumscore 4

- De groeifactor per jaar is 0,68 1
- De vergelijking $222 \cdot 0,68^t = 0,001$ (met t in jaren vanaf 1 januari 1992) moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- Dit geeft $t = 31,9\dots$, dus (is de prijs voor het eerst minder dan 0,001 dollar in het jaar) 2023 1

of

- De groeifactor per jaar is 0,68 1
- De vergelijking $222 \cdot 0,68^t = 0,001$ (met t in jaren vanaf 1 januari 1992) moet worden opgelost 1
- $m = 31$ geeft 0,0014... en $m = 32$ geeft 0,0009... (dus de oplossing van de vergelijking is groter dan 31, maar kleiner dan 32) 1
- Dus (is de prijs voor het eerst minder dan 0,001 dollar in het jaar) 2023 1

Opmerking

Voor het eindantwoord 2024 geen scorepunten in mindering brengen.

3 maximumscore 4

- Aflezen van $\log(p)$ geeft 0 in 2004 en $-1,6$ in 2013 1
- De prijs per GB was dus $(10^0 \Rightarrow) 1$ (dollar) in 2004 en $10^{-1,6} = 0,025\dots$ (dollar) in 2013 1
- De prijs van de harde schijf uit 2004 was dus 250 (dollar); de prijs van de harde schijf uit 2013 was dus $2 \cdot 1000 \cdot 0,025\dots = 50,23\dots$ (dollar) 1
- De harde schijf uit 2013 is dus $(\frac{250 - 50,23\dots}{250} \cdot 100(\%) \approx) 80(\%)$ goedkoper 1

Opmerking

Bij het aflezen van $\log(p)$ in 2013 is een marge van 0,1 toegestaan.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Hetzelfde snijpunt met de y-as

4 maximumscore 7

- De y-coördinaat van T is $(g(0) =) 6$ 1
- $g(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 1
- $x^3 - x^2 - 7x - 29 = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ geeft $x^2 - 2x - 35 = 0$ 1
- $(x+5)(x-7) = 0$, dus $x = -5$ of $x = 7$ 1
- Invullen geeft respectievelijk $y = -144$ en $y = 216$ 1
- De richtingscoëfficiënt van de lijn door A en B is $\frac{216 - -144}{7 - -5} = 30$ 1
- Voor de lijn door A en B geldt dus $y = 30x + b$; invullen van bijvoorbeeld $(7, 216)$ geeft $b = 6$, dus de y-coördinaat van S is 6 (dus S en T hebben dezelfde y-coördinaat) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Twee transformaties

5 maximumscore 8

- $f'(x) = 3(3x-4)^{-\frac{1}{2}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2
- De vergelijking $3(3x-4)^{-\frac{1}{2}} = \frac{3}{4}$ moet worden opgelost 1
- Hieruit volgt $4 = (3x-4)^{\frac{1}{2}}$ 1
- $3x-4 = 16$ 1
- Dus $x = \frac{20}{3}$ 1
- $f\left(\frac{20}{3}\right) = 8$ en het punt op l met x -coördinaat $\frac{20}{3}$ heeft
y-coördinaat $\frac{3}{4} \cdot \frac{20}{3} = 5$ 1
- $c = (8-5) = 3$ 1

Opmerking

Voor het eerste antwoordelement mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.

6 maximumscore 6

- Na vermenigvuldiging ten opzichte van de x -as van lijn l met factor p ontstaat een lijn met vergelijking $y = p \cdot \frac{3}{4}x$ 1
- De vergelijking $2\sqrt{3x-4} = p \cdot \frac{3}{4}x$ moet één oplossing hebben 1
- $(2\sqrt{3x-4})^2 = \frac{9}{16}p^2x^2$ 1
- $\frac{9}{16}p^2x^2 - 12x + 16 = 0$ 1
- $D = 0$ geeft $144 - 36p^2 = 0$ 1
- Hieruit volgt $p^2 = 4$, dus $p = 2$ ($p = -2$ voldoet niet) 1

of

- De vergelijking $2\sqrt{3x-4} = ax$ moet één oplossing hebben 1
- $(2\sqrt{3x-4})^2 = a^2x^2$ 1
- $a^2x^2 - 12x + 16 = 0$ 1
- $D = 0$ geeft $144 - 64a^2 = 0$ 1
- Hieruit volgt $a^2 = \frac{144}{64}$, dus $a = \frac{3}{2}$ ($a = -\frac{3}{2}$ voldoet niet) 1
- $p = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{4}} = 2$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Bouwkraan

7 maximumscore 4

- De cosinusregel in $\triangle PQR$ geeft $12^2 = 5,5^2 + 9^2 - 2 \cdot 5,5 \cdot 9 \cdot \cos(\angle PRQ)$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking algebraïsch kan worden opgelost 1
- Dit geeft $\angle PRQ = 109,31\dots(^{\circ})$ 1
- Dus $\angle SRQ = 180 - 109,31\dots = 70,68\dots(^{\circ})$, dus $\angle SRQ \approx 70,7(^{\circ})$ 1

8 maximumscore 4

- Vóór de verplaatsing geldt $RS = 9 \cdot \cos(70,68\dots^{\circ}) (= 2,97\dots)$ 1
- Na de verplaatsing geldt $RS = 5,47\dots$ en $PS = 5,47\dots + 5,5 = 10,97\dots$ 1
- $QS = \sqrt{9^2 - 5,47\dots^2} = 7,14\dots$ 1
- $PQ = \sqrt{10,97\dots^2 + 7,14\dots^2} \approx 13,1(\text{m})$ 1

of

- Vóór de verplaatsing geldt $RS = \cos(70,68\dots^{\circ}) \cdot 9 (= 2,97\dots)$ 1
- Na de verplaatsing geldt $RS = 5,47\dots$ en $\cos(\angle SRQ) = \frac{5,47\dots}{9} = 0,60\dots$ 1
- Hieruit volgt $\angle SRQ = 52,51\dots(^{\circ})$, dus $\angle PRQ = 180 - 52,51\dots = 127,48\dots(^{\circ})$ 1
- De cosinusregel in $\triangle PQR$ geeft $PQ^2 = 5,5^2 + 9^2 - 2 \cdot 5,5 \cdot 9 \cdot \cos(127,48\dots^{\circ})$, waaruit volgt dat $PQ \approx 13,1(\text{m})$ 1

Opmerking

Als de kandidaat bij de vorige vraag een eindantwoord had anders dan $70,7^{\circ}$, en daarmee in deze vraag rekent, dan bij deze vraag geen scorepunten in mindering brengen.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Prooidieren en roofdieren

9 maximumscore 4

- Het minimum is 1000 en het maximum is 5000, dus de evenwichtsstand is 3000 en de amplitude is 2000 (dus $r(t) = 3000 + 2000\sin(b(t - c))$) 1
- De periode is 10, dus $b = \frac{2\pi}{10} (= \frac{1}{5}\pi)$ 1
- Een beginpunt van de grafiek ligt bij $t = 1$, dus $c = 1$ 1
- Het functievoorschrift is dan $r(t) = 3000 + 2000\sin(\frac{1}{5}\pi(t - 1))$ (of bijvoorbeeld $r(t) = 3000 + 2000\cos(\frac{1}{5}\pi(t - 3,5))$) 1

Opmerking

Wanneer de kandidaat een functievoorschrift opstelt passend bij de grafiek van de prooidieren, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.

10 maximumscore 3

- Het invoeren van de hellingfunctie van p op de GR 1
 - Beschrijven hoe het maximum van deze functie kan worden berekend 1
 - De maximale groeisnelheid is (afgerond) 2700 (prooidieren per jaar) 1
- of
- Uit het functievoorschrift van p volgt dat de maximale groeisnelheid wordt bereikt op $t = 3$ (want daar stijgt de grafiek door de evenwichtsstand) 1
 - Deze groeisnelheid wordt benaderd door $\frac{p(3,001) - p(3)}{0,001}$ (of beschrijven hoe de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek voor $t = 3$ met de GR gevonden kan worden) 1
 - Dit is (afgerond) 2700 (prooidieren per jaar) 1

Opmerkingen

- Als een differentiequotient wordt gebruikt, en hierbij een interval wordt gehanteerd met $\Delta t > 0,001$ leidend tot het antwoord 2700, dan geen scorepunten in mindering brengen.
- Wanneer de kandidaat het functievoorschrift van r in plaats van dat van p gebruikt, voor deze vraag maximaal 2 scorepunten toekennen.

11 maximumscore 4

- De vergelijking $4800 + 3400 \cdot \sin(\frac{1}{4}\pi(t - 3)) = 4300$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- Dit geeft bijvoorbeeld $t = 2,81\dots$ en $t = 7,18\dots$ 1
- $r(2,81\dots) \approx 1200$ en $r(7,18\dots) \approx 3800$ (dus dit zijn de getallen die op de puntjes moeten staan) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Raaklijn aan cirkel

12 maximumscore 3

- De richtingscoëfficiënt van de lijn door O en P is $\frac{4}{3}$ 1
- De raaklijn aan c in P heeft dus richtingscoëfficiënt $-\frac{3}{4}$ 1
- $P(-3, -4)$ ligt op de lijn met vergelijking $y = -\frac{3}{4}x + b$; hieruit volgt $b = -6\frac{1}{4}$ (dus is $y = -\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4}$ inderdaad een vergelijking van l) 1

of

- Omdat $-4 = -\frac{3}{4} \cdot -3 - 6\frac{1}{4}$, ligt P op de lijn met vergelijking $y = -\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4}$ 1
- Voor gemeenschappelijke punten van c en de lijn met vergelijking $y = -\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4}$ geldt $x^2 + (-\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4})^2 = 25$; herleiden tot $1\frac{9}{16}x^2 + 9\frac{3}{8}x + 14\frac{1}{16} = 0$ 1
- De bijbehorende discriminant is $(9\frac{3}{8})^2 - 4 \cdot 1\frac{9}{16} \cdot 14\frac{1}{16} = 0$ (dus de lijn met vergelijking $y = -\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4}$ heeft één punt gemeenschappelijk met c , dus is $y = -\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4}$ inderdaad een vergelijking van l) 1

of

- Omdat $-4 = -\frac{3}{4} \cdot -3 - 6\frac{1}{4}$, ligt P op de lijn met vergelijking $y = -\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4}$ 1
- De richtingscoëfficiënt van de lijn door O en P is $\frac{4}{3}$ 1
- Omdat $\frac{4}{3} \cdot -\frac{3}{4} = -1$, staat OP loodrecht op de lijn met vergelijking $y = -\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4}$ (dus is $y = -\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4}$ inderdaad een vergelijking van l) 1

13 maximumscore 5

- Voor de x -coördinaat van S geldt $-\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4} = 0$; dit geeft $x = -8\frac{1}{3}$ 1
- $x_A = -5$ en $x_B = 5$ 1
- $AS = -5 - (-8\frac{1}{3}) = 3\frac{1}{3}$ en $BS = 8\frac{1}{3} + 5 = 13\frac{1}{3}$ 1
- $PS^2 = (-8\frac{1}{3} - (-3))^2 + (0 - (-4))^2 = 44\frac{4}{9}$ (of met Pythagoras in $\triangle OPS$: $PS^2 = (8\frac{1}{3})^2 - 5^2 = 44\frac{4}{9}$) 1
- $AS \cdot BS = 3\frac{1}{3} \cdot 13\frac{1}{3} = 44\frac{4}{9}$ (dus $AS \cdot BS = PS^2$) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

14 maximumscore 4

- $AS = 7$ en $BS = 3$, dus $PS^2 = (7 \cdot 3 =) 21$ 1
- Lijn m staat loodrecht op PM , dus $MS^2 = 21 + 3^2$ 1
- Dus $MS = \sqrt{30}$ 1
- Dus de afstand tussen punt S en cirkel d is $\sqrt{30} - 3$ 1

of

- $AS = 7$ en $BS = 3$, dus $PS^2 = (7 \cdot 3 =) 21$ 1
- Als F en G snijpunten van de lijn door M en S met d zijn (met F het dichtst bij S), dan geldt: als $FS = x$, dan $GS = 6 + x$ (en x is de gevraagde afstand) 1
- (Er moet gelden $FS \cdot GS = PS^2$), dus de vergelijking $x(6 + x) = 21$ moet worden opgelost 1
- Exact oplossen geeft $x = \frac{-6 + \sqrt{120}}{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- ($x = \frac{-6 - \sqrt{120}}{2}$ voldoet niet) 1

of

- Als C het midden van lijnstuk AB is, dan geldt $\angle ACM = 90^\circ$ (omdat $\triangle AMB$ gelijkbenig is) 1
- Pythagoras in $\triangle ACM$ geeft $MC = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$ 1
- ($CS = \frac{1}{2} \cdot 4 + 3 = 5$, dus) Pythagoras in $\triangle MCS$ geeft $MS = \sqrt{5^2 + \sqrt{5}^2} = \sqrt{30}$ 1
- Dus de afstand tussen punt S en cirkel d is $\sqrt{30} - 3$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Logaritmen en snijpunten

15 maximumscore 5

- De verticale asymptoten kunnen worden gevonden door de vergelijkingen $2x - 4 = 0$ en $6 - x = 0$ op te lossen 1
- Dit geeft $x = 2$ en $x = 6$ voor de asymptoot van de grafiek van f respectievelijk g 1
- Voor de x -coördinaat van S geldt $(\log(2x - 4) = \log(6 - x))$, dus $2x - 4 = 6 - x$ 1
- Dit geeft $x = \frac{10}{3}$ 1
- De afstanden van S tot de asymptoten van f en g zijn respectievelijk $\frac{10}{3} - 2 = \frac{4}{3}$ en $6 - \frac{10}{3} = \frac{8}{3}$, dus het antwoord: $(\frac{8}{3} : \frac{4}{3}) = 2$ (keer zo groot) 1

16 maximumscore 5

- De vergelijking $\log(2a - 4) - \log(6 - a) = 1$ moet worden opgelost 1
- Hieruit volgt $\log\left(\frac{2a - 4}{6 - a}\right) = 1$ 1
- Dit geeft $\frac{2a - 4}{6 - a} = 10$ 1
- Hieruit volgt $2a - 4 = 10(6 - a)$, dus $2a - 4 = 60 - 10a$ 1
- Dit geeft $a = \frac{16}{3}$ 1

Opmerking

Als wordt gewerkt met x in plaats van met a , hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

Maximale richtingscoëfficiënt

17 maximumscore 5

- $a = \left(\frac{3 - \frac{1}{p^2} - p}{p}\right) = \frac{3}{p} - \frac{1}{p^3} - 1$ 1
- $a = 3p^{-1} - p^{-3} - 1$ 1
- $a' = -3p^{-2} + 3p^{-4}$ 1
- $a' = 0$ geeft $-3p^2 + 3 = 0$ 1
- $3p^2 = 3$, dus $p = 1$ ($p = -1$ voldoet niet) 1

Opmerking

Als wordt gewerkt met x in plaats van met p , hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

Bronvermeldingen

Transistors en opslagcapaciteit

foto bron: Shutterstock stockillustratie-id: 259506596, fotograaf Volodymyr Krasnyuk

Bouwkraan

figuur 1 bron: Kostas Kotsanas - YouTube - 27 augustus 2009