Vraag	Antwoord	Scores

Rakende grafieken

1 maximumscore 4

- $f(0) = -1$ (dus $B(0, -1)$) — 1
- $f(x) = 0$ geeft $\frac{1}{\sqrt{3x+1}} - 2 = 0$ en dus $\sqrt{3x+1} = \frac{1}{2}$ — 1
- Dit geeft $x = -\frac{1}{4}$ (dus $A(-\frac{1}{4}, 0)$) — 1
- $AB = \sqrt{(\frac{1}{4})^2 + 1^2} = \frac{1}{4}\sqrt{17}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1

2 maximumscore 3

- $f(0{,}81) = -1{,}46...$ — 1
- $-1{,}46... = -2 \cdot (0{,}81)^2 + 3 \cdot 0{,}81 + p$ — 1
- (Dit geeft $p = -2{,}57...$ dus) het eindantwoord: $-2{,}6$ — 1

3 maximumscore 6

- $f'(x) = -\frac{3}{2(3x+1)\sqrt{3x+1}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 2
- $g'(x) = -4x + 3$ — 1
- $f'(x) = g'(x)$ (dus $-4x + 3 = -\frac{3}{2(3x+1)\sqrt{3x+1}}$) — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden — 1
- Dit levert $x_C = 0{,}809$ — 1

Opmerking
Voor het eerste antwoordelement mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.

Vraag	Antwoord	Scores

Stedelijke gebieden

4 maximumscore 3

- Er geldt $(\log(N) =)\ \log(1\,000\,000) = 6$ 1
- Uit de grafiek aflezen: $\log(W) = 3{,}6$ 1
- Het eindantwoord: $(W = 10^{3{,}6} = 3981{,}0...$ dus) 4000 (mijl) 1

Opmerking
Bij het aflezen van $\log(W)$ *is een marge van 0,1 toegestaan.*

5 maximumscore 4

- Er geldt $\log(650) = a \cdot \log(100\,000) + b$ en $\log(31\,000) = a \cdot \log(10\,000\,000) + b$ 1
- Bijvoorbeeld $b = \log(650) - a \cdot \log(100\,000)$ en $b = \log(31\,000) - a \cdot \log(10\,000\,000)$ 1
- De vergelijking $\log(650) - a \cdot \log(100\,000) = \log(31\,000) - a \cdot \log(10\,000\,000)$ moet worden opgelost 1
- Dit geeft $a = 0{,}84$ en dan is $b = -1{,}38$ 1

of

- $a = \dfrac{\Delta \log(W)}{\Delta \log(N)}$ 1
- $a = \dfrac{\log(31\,000) - \log(650)}{\log(10\,000\,000) - \log(100\,000)}$ 1
- Dan is (bijvoorbeeld) $b = \log(650) - \dfrac{\log(31\,000) - \log(650)}{\log(10\,000\,000) - \log(100\,000)} \cdot \log(100\,000)$ 1
- Dit geeft $a = 0{,}84$ en $b = -1{,}38$ 1

of

- Er geldt $\begin{cases} \log(650) = a \cdot \log(100\,000) + b \\ \log(31\,000) = a \cdot \log(10\,000\,000) + b \end{cases}$ 1
- Beschrijven hoe dit stelsel kan worden opgelost 2
- Hieruit volgt $a = 0{,}84$ en $b = -1{,}38$ 1

Opmerking
In het derde antwoordalternatief mogen voor het tweede antwoordelement 0, 1 of 2 scorepunten worden toegekend.

Vraag	Antwoord	Scores

6 **maximumscore 3**

- Als N twee keer zo groot is, is W $2^{\frac{5}{6}}$ keer zo groot — 1
- $2^{\frac{5}{6}} = 1,781...$ — 1
- Dus (de lengte van het wegennet van gebied B is) (ongeveer) 78% (groter) (dan de lengte van het wegennet van gebied A) — 1

Opmerking
Als een kandidaat met behulp van een getallenvoorbeeld rekent, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

7 **maximumscore 4**

- $D = \dfrac{N}{0,043 \cdot N^{\frac{5}{6}}}$ — 1
- Dit is te schrijven als $D = \frac{1}{0,043} \cdot N^{\frac{1}{6}}$ $(= 23,2... \cdot N^{\frac{1}{6}})$ — 1
- $\dfrac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}N} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{0,043} \cdot N^{-\frac{5}{6}}$ $(= 3,87... \cdot N^{-\frac{5}{6}})$ — 1
- $\dfrac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}N}$ is altijd groter dan 0 (of de grafiek van $\dfrac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}N}$ ligt altijd boven de N-as) (dus de grafiek van D is stijgend) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Rechthoek om cirkels

8 maximumscore 5

- (De y-coördinaat van M_1 is 3 en de straal van c_1 is 3, dus) $y_C = y_D = 6$ — 1
- (De straal van c_2 is 2, dus) de y-coördinaat van M_2 is $y_C - 2 = 4$ — 1
- $M_1M_2 = (3+2=)\ 5$ — 1
- Voor de x-coördinaat van M_2 geldt $5^2 = x^2 + 1^2$ — 1
- Hieruit volgt $x = \sqrt{24}$ ($= 2\sqrt{6}$) (en de coördinaten van M_2 zijn dus $(2\sqrt{6}, 4)$) — 1

9 maximumscore 3

- $\sin(\alpha) = \dfrac{M_2N}{M_2M_3}$ — 1
- $r + M_2N = 2$, dus $M_2N = 2 - r$ — 1
- $M_2M_3 = 2 + r$ (dus $\sin(\alpha) = \dfrac{2-r}{r+2}$) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Exoten en rodelijstsoorten

10 maximumscore 4

- De groeifactor over de periode 1910-1950 is $\frac{46}{22}$ — 1
- Dus de groeifactor per 10 jaar is $\left(\frac{46}{22}\right)^{\frac{1}{4}}$ — 1
- $\left(\frac{46}{22}\right)^{\frac{1}{4}} = 1,2024...$ — 1
- Het gevraagde percentage is 20,2(%) — 1

of

- De vergelijking $22 \cdot g^4 = 46$ moet worden opgelost — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden — 1
- Hieruit volgt $g = 1,2024...$ — 1
- Het gevraagde percentage is 20,2(%) — 1

11 maximumscore 4

- De vergelijking $1,20^t = 2$ (met *t* in tientallen jaren) moet worden opgelost — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden — 1
- Hieruit volgt $t = 3,80...$ — 1
- Het aantal exoten is voor het eerst verdubbeld na 39 jaar — 1

of

- Voor de groeifactor per jaar *g* geldt $g = (1,20)^{\frac{1}{10}}$ waaruit volgt dat $g = 1,018...$ — 1
- De vergelijking $1,018...^t = 2$ (met *t* in jaren) moet worden opgelost — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden — 1
- Hieruit volgt $t = 38,0...$ dus het aantal exoten is voor het eerst verdubbeld na 39 jaar — 1

Opmerkingen

– *Het eindantwoord 38 jaar ook goed rekenen.*

– *Als een kandidaat met een nauwkeuriger waarde van de groeifactor per tien jaar werkt, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.*

Vraag	Antwoord	Scores

12 **maximumscore 5**

- Aflezen van het percentage voor 2004 geeft 89% 1
- Dit geeft voor 1997 het aantal van 780 rodelijstsoorten 1
- Hieruit volgt in het lineaire verband een afname van ($\frac{0{,}11\cdot 780}{7}=$) 12,25… soorten per jaar 1
- Dit geeft voor 2020 het aantal van ($780-23\cdot 12{,}25...=498{,}0...$ dus) 498 rodelijstsoorten 1
- Het gevraagde verschil is $551-498=53$ 1

of

- Aflezen van het percentage voor 2004 geeft 89% 1
- Dit geeft voor 1997 het aantal van 780 rodelijstsoorten 1
- 11% daling in 7 jaar geeft ($11\cdot\frac{23}{7}=$) 36,14…% daling in 23 jaar 1
- Dit geeft voor 2020 het aantal van ($0{,}6385...\cdot 780=498{,}0...$ dus) 498 rodelijstsoorten 1
- Het gevraagde verschil is $551-498=53$ 1

of

- Aflezen van het percentage voor 2004 geeft 89% 1
- Dit geeft voor 1997 het aantal van 780 rodelijstsoorten 1
- Hieruit volgt in het lineaire verband een afname van ($\frac{780-694}{7}=$) 12,28… soorten per jaar 1
- Dit geeft voor 2020 het aantal van ($780-23\cdot 12{,}28...=497{,}4...$ dus) 497 rodelijstsoorten 1
- Het gevraagde verschil is $551-497=54$ 1

of

Vraag	Antwoord	Scores

- Aflezen van het percentage in (bijvoorbeeld) 2014 geeft $(\frac{7,2}{10} \cdot 100\% =)\ 72\%$ — 1
- Hieruit volgt in het lineaire verband een afname van $(\frac{100-72}{17} =)\ 1,64...\%$ per jaar — 1
- Dit geeft voor 2004 en 2020 een percentage van $(100 - 7 \cdot 1,64... =)\ 88,47...$ respectievelijk $(72 - 6 \cdot 1,64... =)\ 62,11...$ — 1
- Dit geeft voor 2020 het aantal van $(\frac{62,11...}{88,47...} \cdot 694 = 487,2...$ dus) 487 rodelijstsoorten — 1
- Het gevraagde verschil is $551 - 487 = 64$ — 1

Opmerking
Bij het aflezen van de percentages is een marge van 2 procentpunten toegestaan.

Vraag	Antwoord	Scores

Drie snijpunten

13 maximumscore 4

- De x-coördinaat van het 'beginpunt' is $\frac{2}{3}\pi$ — 1
- De periode van f is 2π — 1
- Het eerste minimum is een kwart periode eerder dus de x-coördinaat van P is $\frac{2}{3}\pi - \frac{1}{2}\pi = \frac{1}{6}\pi$ — 1
- De bijbehorende y-coördinaat is $(-1-2=)-3$ — 1

of

- Uit $-1+2\sin\left(x-\frac{2}{3}\pi\right)=-3$ volgt $\sin\left(x-\frac{2}{3}\pi\right)=-1$ — 1
- $x-\frac{2}{3}\pi = 1\frac{1}{2}\pi + k\cdot 2\pi$ — 1
- $x = 2\frac{1}{6}\pi + k\cdot 2\pi$ dus de x-coördinaat van P is $\frac{1}{6}\pi$ — 1
- De bijbehorende y-coördinaat is $(-1-2=)-3$ — 1

of

- De coördinaten van een top van $y=\sin(x)$ zijn $\left(-\frac{1}{2}\pi, -1\right)$ — 1
- Verschuiving van $\frac{2}{3}\pi$ naar rechts levert de coördinaten $\left(\frac{1}{6}\pi, -1\right)$(van een top van $y=\sin\left(x-\frac{2}{3}\pi\right)$) — 1
- Vermenigvuldiging ten opzichte van de x-as met factor 2 levert de coördinaten $\left(\frac{1}{6}\pi, -2\right)$ (van een top van $y=2\sin\left(x-\frac{2}{3}\pi\right)$) — 1
- Verschuiving van 1 naar beneden levert de coördinaten $\left(\frac{1}{6}\pi, -3\right)$ van P, (top van $y=-1+2\sin\left(x-\frac{2}{3}\pi\right)$) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

14 **maximumscore 5**

- Uit $-1+2\sin\left(x-\frac{2}{3}\pi\right)=0$ volgt $\sin\left(x-\frac{2}{3}\pi\right)=\frac{1}{2}$ 1
- Dit geeft $x-\frac{2}{3}\pi=\frac{1}{6}\pi+k\cdot 2\pi$ of $x-\frac{2}{3}\pi=\frac{5}{6}\pi+k\cdot 2\pi$ 1
- Hieruit volgt $x=\frac{5}{6}\pi+k\cdot 2\pi$ of $x=\frac{9}{6}\pi+k\cdot 2\pi$ 1
- De x-coördinaten van A, B en C zijn achtereenvolgens $\frac{5}{6}\pi$, $\frac{9}{6}\pi$ en $2\frac{5}{6}\pi$ 1
- De gevraagde factor is $a=\dfrac{2\frac{5}{6}\pi-\frac{9}{6}\pi}{\frac{9}{6}\pi-\frac{5}{6}\pi}=2$ 1

of

- Uit $-1+2\sin\left(x-\frac{2}{3}\pi\right)=0$ volgt $\sin\left(x-\frac{2}{3}\pi\right)=\frac{1}{2}$ 1
- Dit geeft voor de x-coördinaat van A: $x-\frac{2}{3}\pi=\frac{1}{6}\pi$ dus $x=\frac{5}{6}\pi$ 1
- Voor de x-coördinaat van de top tussen A en B geldt: $x=x_P+\pi=\frac{1}{6}\pi+\pi$ dus de x-coördinaat van B is $1\frac{1}{6}\pi+\frac{2}{6}\pi=1\frac{1}{2}\pi$ 1
- De periode van f is 2π dus de x-coördinaat van C is $2\frac{5}{6}\pi$ 1
- De gevraagde factor is $a=\dfrac{2\frac{5}{6}\pi-1\frac{1}{2}\pi}{\frac{9}{6}\pi-\frac{5}{6}\pi}=2$ 1

Vraag	Antwoord	Scores

Functie met log

15 maximumscore 3

- Een verticale asymptoot treedt op als $2x^2+3x=0$ — 1
- $x(2x+3)=0$ — 1
- ($x=0$ of $x=-\frac{3}{2}$ dus) de x-coördinaat van S is $-\frac{3}{2}(=-1\frac{1}{2})$ — 1

16 maximumscore 5

- Uit ${}^{4}\log\left(\frac{2}{2x^2+3x}\right)=0$ volgt $\frac{2}{2x^2+3x}=1$ — 1
- Hieruit volgt $2x^2+3x=2$ dus $2x^2+3x-2=0$ — 1
- Dit geeft $(2x-1)(x+2)=0$ (of het gebruik van de abc-formule) — 1
- $x=\frac{1}{2}$ of $x=-2$ — 1
- Het eindantwoord: $A(-2,0)$ en $B(\frac{1}{2},0)$ — 1

17 maximumscore 3

- ${}^{4}\log\left(\frac{2}{2x^2+3x}\right)$ is te schrijven als ${}^{4}\log(2)-{}^{4}\log(2x^2+3x)$ (of $\frac{1}{2}-{}^{4}\log(2x^2+3x)$) — 1
- Dit is te schrijven als ${}^{4}\log(4^{\frac{1}{2}})-{}^{4}\log(x(2x+3))$ — 1
- Dit is te schrijven als $\frac{1}{2}-({}^{4}\log(x)+{}^{4}\log(2x+3))$ en dit is te schrijven als $\frac{1}{2}-{}^{4}\log(x)-{}^{4}\log(2x+3)$ (dus $f(x)=\frac{1}{2}-{}^{4}\log(x)-{}^{4}\log(2x+3)$) — 1

Opmerking
Als een kandidaat uitgaat van de tweede gegeven formule en daarmee de juistheid van de eerste formule aantoont, dit ook goed rekenen.

Vraag	Antwoord	Scores

In de schijnwerper

18 maximumscore 3

- $\tan(25^\circ) = \frac{r}{300}$ met r de straal van de cirkelvormige lichtvlek — 1
- $r = 139{,}89...$ — 1
- Het eindantwoord: ($\pi \cdot (139{,}89...)^2 = 61\,480{,}5...$ dus) 61 481 (cm^2) — 1

19 maximumscore 3

- $\angle VSQ = 50^\circ + \alpha$ en dus ($\angle PQS =$)$180^\circ - 90^\circ - (50^\circ + \alpha) = 40^\circ - \alpha$ — 1
- Gebruik van de sinusregel (in driehoek PSQ) geeft $\frac{SP}{\sin(40^\circ - \alpha)} = \frac{500}{\sin(50^\circ)}$ — 1
- Dit geeft $SP = \frac{500}{\sin(50^\circ)} \cdot \sin(40^\circ - \alpha)$ ($\approx 653 \cdot \sin(40^\circ - \alpha)$) — 1

20 maximumscore 4

- De vergelijking $\frac{300}{\cos(\alpha)} = 653 \cdot \sin(40^\circ - \alpha)$ moet worden opgelost — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden — 1
- $\alpha = 11{,}9...^\circ$ — 1
- Het eindantwoord: ($11{,}9...^\circ + 25^\circ = 36{,}9...^\circ$ dus) 37° — 1

Bronvermeldingen

In de schijnwerper

foto bron: Shutterstock - ID 88188496 - fotograaf SkillUp