

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Afstand tussen twee raaklijnen

### 1 maximumscore 3

- Uit  $\frac{1}{2}x^3 - 4x = 0$  volgt ( $x = 0$  of)  $\frac{1}{2}x^2 - 4 = 0$  1
- Hieruit volgt  $x^2 = 8$  dus (de  $x$ -coördinaten van  $M$  en  $N$  zijn)  
 $x = -\sqrt{8} (= -2\sqrt{2})$  en  $x = \sqrt{8} (= 2\sqrt{2})$  1
- De afstand tussen  $M$  en  $N$  is  $2\sqrt{8} (= 4\sqrt{2})$  1

### 2 maximumscore 7

- $f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - 4$  1
- De richtingscoëfficiënt van  $k$  is  $f'(-2) = 2$  1
- Voor lijn  $k$  (met vergelijking  $y = 2x + b$ ) geldt ( $2 \cdot -2 + b = 4$ , dus)  
 $y = 2x + 8$  1
- (Zij  $m$  de lijn loodrecht op  $k$  door  $O$ , dan is een vergelijking voor  $m$ )  
 $y = -\frac{1}{2}x$  1
- (Voor het snijpunt van  $k$  en  $m$  geldt)  $-\frac{1}{2}x = 2x + 8$  1
- Hieruit volgt  $x = -\frac{16}{5}$  en  $y (= -\frac{1}{2} \cdot -\frac{16}{5}) = \frac{8}{5}$  1
- De afstand tussen  $k$  en  $l$  is  $2 \cdot \sqrt{(\frac{16}{5})^2 + (\frac{8}{5})^2}$  dus de gevraagde  
afstand is 7,16 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Over een cirkel gespannen

### 3 maximumscore 4

- De richtingscoëfficiënt van  $MD$  is  $(\frac{8-5}{4-0} =) \frac{3}{4}$  1
  - (Omdat voor lijn  $l$  moet gelden  $rc_l \cdot \frac{3}{4} = -1$ , geldt)  $rc_l = -\frac{4}{3}$   
(dus  $l$  heeft een vergelijking van de vorm  $y = -\frac{4}{3}x + b$ ) 1
  - Invullen van de coördinaten van  $D(4,8)$  in  $y = -\frac{4}{3}x + b$  geeft  $b = \frac{40}{3}$   
(dus een vergelijking van  $l$  is  $y = -\frac{4}{3}x + \frac{40}{3}$ ) 1
  - Uit  $-\frac{4}{3}x + \frac{40}{3} = 0$  volgt  $x = 10$  (dus de coördinaten van  $B$  zijn  $(10, 0)$ ) 1
- of
- De richtingscoëfficiënt van  $MD$  is  $(\frac{8-5}{4-0} =) \frac{3}{4}$  1
  - (Omdat voor lijn  $l$  moet gelden  $rc_l \cdot \frac{3}{4} = -1$ , geldt)  $rc_l = -\frac{4}{3}$  1
  - Vanuit  $D(4, 8)$  naar de  $x$ -as is 8 omlaag, dus met richtingscoëfficiënt  $-\frac{4}{3}(= -\frac{8}{6})$  is dat 6 naar rechts 1
  - Dan volgt  $x = (4 + 6 =) 10$  (dus de coördinaten van  $B$  zijn  $(10, 0)$ ) 1
- of
- De richtingscoëfficiënt van  $MD$  is  $(\frac{8-5}{4-0} =) \frac{3}{4}$  1
  - De richtingscoëfficiënt van de lijn door  $D$  en  $(10, 0)$  is  $(\frac{8-0}{4-10} =) -\frac{4}{3}$  1
  - $\frac{3}{4} \cdot -\frac{4}{3} = -1$ , dus de lijn door  $D$  en  $(10, 0)$  staat loodrecht op  $MD$  1
  - Hieruit volgt dat de lijn door  $D$  en  $(10, 0)$  samenvalt met  $l$ , dus  $l$  snijdt de  $x$ -as in  $B(10, 0)$  1
- of
- De driehoeken  $MED$ ,  $MDS$  en  $BOS$  (met  $S$  het snijpunt van  $k$  en  $l$  en  $E$  de projectie van  $D$  op de  $y$ -as) zijn gelijkvormig 1
  - $SM = \frac{5}{3} \cdot 5 = \frac{25}{3}$  (en  $SD = \frac{5}{3} \cdot 4 = \frac{20}{3}$ ) 1
  - $OS = 5 + \frac{25}{3} = \frac{40}{3}$  1
  - $OB = \frac{\frac{40}{3}}{\frac{20}{3}} \cdot 5 = 10$  (of  $OB = \frac{3}{4} \cdot \frac{40}{3} = 10$ ) (dus de coördinaten van  $B$  zijn  $(10, 0)$ ) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

**4 maximumscore 5**

- De lengte van de lijnstukken  $AC$  en  $BD$  is  $\sqrt{(4-10)^2 + (8-0)^2} = 10$  1
  - Er geldt  $\tan(\frac{1}{2}\angle CMD) = \frac{4}{3}$  1
  - Hieruit volgt ( $\frac{1}{2}\angle CMD \approx 53,1^\circ$ , dus)  $\angle CMD \approx 106^\circ$  1
  - De lengte van boog  $CD$  is  $\frac{106}{360} \cdot 2\pi \cdot 5 \approx 9,3$  1
  - Dus de lengte van het touwtje is  $(9,3 + 2 \cdot 10 =) 29,3$  1
- of
- De lengte van de lijnstukken  $AC$  en  $BD$  is  $\sqrt{(4-10)^2 + (8-0)^2} = 10$  1
  - De tangens van de hellingshoek van  $MD$  is  $\frac{3}{4}$ , dus de hellingshoek van  $MD$  is  $36,9^\circ$  1
  - Hieruit volgt  $\angle CMD (= 2 \cdot (90^\circ - 36,9^\circ)) \approx 106^\circ$  1
  - De lengte van boog  $CD$  is  $\frac{106}{360} \cdot 2\pi \cdot 5 \approx 9,3$  1
  - Dus de lengte van het touwtje is  $(9,3 + 2 \cdot 10 =) 29,3$  1

**Zonnepanelen****5 maximumscore 3**

- De groeifactoren 1,02; 1,01; 1,07; 1,14; 1,26; 1,03; 1,03; 1,05; 1,08 en 1,06 1
- De groeifactor in 10 jaar is  $1,02 \cdot 1,01 \cdot 1,07 \cdot 1,14 \cdot 1,26 \cdot 1,03 \cdot 1,03 \cdot 1,05 \cdot 1,08 \cdot 1,06 (\approx 2,02)$  1
- Dit is (ongeveer) 2 (en dus is de prijs (ongeveer) verdubbeld) 1

**6 maximumscore 4**

- Voor de gezochte groeifactor geldt  $g^{10} = 2$  1
- De groeifactor per jaar is  $\sqrt[10]{2}$  1
- Dit is 1,072 1
- Dus een groeipercentage van 7,2% per jaar 1

*Opmerking*

*Als een kandidaat verder rekent met het (niet afgeronde) resultaat van het vorige onderdeel en hiermee op een groeipercentage van 7,3% per jaar komt, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.*

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

**7 maximumscore 3**

- Invullen van de gegevens geeft  $13\,000 = \frac{19,9 \cdot 2250}{7} \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)^t - 1$  1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- ( $t \approx 16,4$  dus na) 17 (jaar) 1

of

- Beschrijven hoe met behulp van de GR een tabel kan worden gemaakt bij de formule  $B = \frac{19,9 \cdot 2250}{7} \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)^t - 1$  1
- $t = 16$  geeft  $B = 12\,487$  (of nauwkeuriger) en  $t = 17$  geeft  $B = 13\,809$  (of nauwkeuriger), dus (na) 17 (jaar) 2

**8 maximumscore 3**

- De waarden 275, 850, 2575, 525, 1850,  $-975$  1
- De waarden berekenen voor de elektriciteitsproductie in de maanden januari tot en met juni 2012: 795, 1645, 4220, 4745, 6595 en 5620 1
- Dit geeft in totaal 23 620 (kWh), dus de gevraagde hoeveelheid is  $(45\,000 - 5000 - 23\,620 = 16\,380)$  en dat geeft 16 400 (kWh) 1

*Opmerkingen*

*Voor elk van de uit het toenamedigram af te lezen waarden is een maximale afwijking van 50 (kWh) toegestaan.*

*Als alleen de waarden juist uit het toenamedigram zijn afgelezen (en de verdere berekening niet in orde is), voor deze vraag maximaal 1 scorepunt toekennen.*

## De toppen van de grafiek van een gebroken functie

**9 maximumscore 5**

- $f(x) = \frac{2x^2 + 18}{3x} = \frac{2}{3}x + 6x^{-1}$  1
- $f'(x) = \frac{2}{3} - 6x^{-2}$  1
- $\frac{2}{3} - 6x^{-2} = 0$  geeft  $2x^2 = 18$  1
- Dit geeft  $x = -3$  of  $x = 3$  1
- De coördinaten van A en B zijn  $(-3, -4)$  en  $(3, 4)$  1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Sinus en wortel

### 10 maximumscore 4

- Uit  $1 - 2\sin(\pi x) = 0$  volgt  $\sin(\pi x) = \frac{1}{2}$  1
- Dit geeft  $\pi x = \frac{1}{6}\pi (+k \cdot 2\pi)$  en  $\pi x = \frac{5}{6}\pi (+k \cdot 2\pi)$  2
- (Op het gegeven domein geeft dit de nulpunten)  $x = \frac{1}{6}$  en  $x = \frac{5}{6}$  1

### 11 maximumscore 4

- De periode van  $f$  is 2 (en er is geen horizontale verschuiving), dus de  $x$ -coördinaten van de toppen zijn  $x = \frac{1}{2}$  en  $x = \frac{3}{2}$  2
  - $P$  heeft  $y$ -coördinaat  $(1 - 2) = -1$  en  $g(\frac{1}{2}) = (-1 + \sqrt{16 \cdot \frac{1}{2} - 8}) = -1$  (dus  $P$  ligt op de grafiek van  $g$ ) 1
  - $Q$  heeft  $y$ -coördinaat  $(1 + 2) = 3$  en  $g(\frac{3}{2}) = (-1 + \sqrt{16 \cdot \frac{3}{2} - 8}) = 3$  (dus  $Q$  ligt op de grafiek van  $g$ ) 1
- of
- De toppen van de (standaard)grafiek van  $y = \sin(x)$  hebben  $x$ -coördinaten  $\frac{1}{2}\pi$  en  $\frac{3}{2}\pi$  1
  - Dus de  $x$ -coördinaten van de toppen van de grafiek van  $y = \sin(\pi x)$  zijn  $x = \frac{1}{2}$  en  $x = \frac{3}{2}$  1
  - $P$  heeft  $y$ -coördinaat  $(1 - 2) = -1$  en  $g(\frac{1}{2}) = (-1 + \sqrt{16 \cdot \frac{1}{2} - 8}) = -1$  (dus  $P$  ligt op de grafiek van  $g$ ) 1
  - $Q$  heeft  $y$ -coördinaat  $(1 + 2) = 3$  en  $g(\frac{3}{2}) = (-1 + \sqrt{16 \cdot \frac{3}{2} - 8}) = 3$  (dus  $Q$  ligt op de grafiek van  $g$ ) 1

### 12 maximumscore 5

- Uit  $-1 + \sqrt{16x - 8} = 0$  volgt  $16x - 8 = 1$  1
- (Dus de  $x$ -coördinaat van het snijpunt met de  $x$ -as is)  $x = \frac{9}{16}$  1
- $g'(x) = \frac{8}{\sqrt{16x - 8}}$  (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2
- De gevraagde helling is  $g'(\frac{9}{16}) = (\frac{8}{\sqrt{16 \cdot \frac{9}{16} - 8}}) = 8$  1

#### Opmerking

Als de kandidaat de kettingregel niet of niet juist heeft gebruikt, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Tegels stapelen

### 13 maximumscore 3

- Bij 4 tegels is de maximale overhang  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{11}{12}$  (of 0,92) 1
- Bij 5 tegels is de maximale overhang  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{25}{24}$  (of 1,04) (dus bij 5 tegels) 2

#### Opmerking

Als de kandidaat bij het eerste respectievelijk tweede bolletje over 3 respectievelijk 4 tegels spreekt, maar verder wel de juiste berekeningen laat zien, hiervoor 1 scorepunt in mindering brengen.

### 14 maximumscore 4

- De vergelijking  $34,54 \cdot \log(n-1) + 8,658 + \frac{15}{2(n-1)} + \frac{5}{4(n-1)^2} = 100$  moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking (met de GR) kan worden opgelost 1
- (De oplossing van de vergelijking is ongeveer 441,6 dus minstens) 442 tegels 1
- De hoogte van de stapel is minstens  $(442 \cdot 3 =) 1326$  (cm) 1

of

- Beschrijven hoe met behulp van de GR bijvoorbeeld een tabel gemaakt kan worden bij formule (1) 1
- $M(441) \approx 99,98$  en  $M(442) \approx 100,01$  1
- (Dus minstens) 442 tegels 1
- De hoogte van de stapel is minstens  $(442 \cdot 3 =) 1326$  (cm) 1

### 15 maximumscore 4

- Het verschil tussen formule (1) en (2) is  $\frac{15}{2(n-1)} + \frac{5}{4(n-1)^2}$  1
- De vergelijking  $\frac{15}{2(n-1)} + \frac{5}{4(n-1)^2} = 0,1$  moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking (met de GR) kan worden opgelost 1
- (De oplossing van de vergelijking is ongeveer 76,2 dus)  $n = 77$  1

of

- Beschrijven hoe (met de GR) het verschil tussen formule (1) en (2) berekend kan worden 1
- Voor  $n = 76$  is het verschil 0,1002 1
- Voor  $n = 77$  is het verschil 0,099 (, dus de gevraagde waarde van  $n$  is  $n = 77$ ) 2

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Pluto

### 16 maximumscore 5

- De vergelijking  $0 = \sqrt{1500 - \frac{15}{16}(x-10)^2}$  moet worden opgelost 1
- Hieruit volgt  $1500 = \frac{15}{16}(x-10)^2$  1
- Hieruit volgt  $(x-10)^2 = 1600$  (of  $x^2 - 20x - 1500 = 0$ ) 1
- Dan volgt  $x-10 = 40$  of  $x-10 = -40$  (of  $(x-50)(x+30) = 0$ ) 1
- Dus  $x = 50$  of  $x = -30$  (en dus is in het perihelium de afstand 30 AE en in het aphelium 50 AE) 1

#### Opmerking

Als alleen is gecontroleerd dat  $(-30, 0)$  en  $(50, 0)$  aan de formule voldoen, voor deze vraag geen scorepunten toekennen.

### 17 maximumscore 4

- ( $r$  is maximaal als geldt)  $\cos(\alpha) = -1$  1
- Dan geldt  $r = \frac{37,5}{1-0,25} = \frac{37,5}{0,75} = 50$  1
- ( $r$  is minimaal als geldt)  $\cos(\alpha) = 1$  1
- Dan geldt  $r = \frac{37,5}{1+0,25} = \frac{37,5}{1,25} = 30$  1

of

- ( $r$  is maximaal als geldt)  $\alpha = \pi$  (of  $180^\circ$ ) 1
- Dan geldt  $r = \frac{37,5}{1+0,25 \cdot \cos(\pi)} = \frac{37,5}{0,75} = 50$  1
- ( $r$  is minimaal als geldt)  $\alpha = 0$  1
- Dan geldt  $r = \frac{37,5}{1+0,25 \cdot \cos(0)} = \frac{37,5}{1,25} = 30$  1

of

- Uit de vergelijking  $30 = \frac{37,5}{1+0,25 \cdot \cos(\alpha)}$  volgt  $\cos(\alpha) = 1$  1
- $\cos(\alpha)$  is hier maximaal, dus  $r$  is dan minimaal 1
- Uit de vergelijking  $50 = \frac{37,5}{1+0,25 \cdot \cos(\alpha)}$  volgt  $\cos(\alpha) = -1$  1
- $\cos(\alpha)$  is hier minimaal, dus  $r$  is dan maximaal 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Rakende cirkels

### 18 maximumscore 3

- De coördinaten van  $R$  zijn  $(-4, 5)$  en die van  $T$  zijn  $(p, 0)$  1
- De afstand tussen  $R$  en  $T$  is  $\sqrt{(p+4)^2 + (0-5)^2}$  1
- Dit herleiden tot  $\sqrt{p^2 + 8p + 41}$  1

### 19 maximumscore 5

- De straal van  $c$  is 7 en die van  $d$  is 4 1
- De afstand tussen  $c$  en  $T$  is  $\sqrt{p^2 + 8p + 41} - 7$  en de afstand tussen  $d$  en  $T$  is  $\sqrt{p^2 - 28p + 260} - 4$  1
- (Deze afstanden zijn beide gelijk aan de straal van  $e$  en dus gelijk aan elkaar, dus)  $\sqrt{p^2 + 8p + 41} - 7 = \sqrt{p^2 - 28p + 260} - 4$  1
- Beschrijven hoe de vergelijking  $\sqrt{p^2 + 8p + 41} - 7 = \sqrt{p^2 - 28p + 260} - 4$  (met de GR) opgelost kan worden 1
- Dit geeft  $p = 8$  (en dus  $T(8, 0)$ ) en de straal van  $e$  is 6 1