6 Kegels en kubus

14. De kegel met de grootste inhoud heeft diameter 1, oftewel straal $\frac{1}{2}$, en hoogte 1. De inhoud van deze kegel is dan

$$I = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 1 = \frac{1}{12} \cdot \pi.$$

15. Eerst reken je de lengte van EN uit. Je weet vanwege de stelling van Pythagoras dat $|EG| = \sqrt{|EF|^2 + |FG|^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$, en $|EN|$ is de helft van $|EG|$, dus $|EN| = \frac{1}{2}\sqrt{2}$. Merk nu op dat $\triangle ENT$ gelijkvormig is met $\triangle PMT$. Hieruit volgt dat $\frac{|PM|}{|MT|} = \frac{|EN|}{|NT|}$. Invullen geeft

$$\frac{|PM|}{1+x} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{2}}{x},$$
$$|PM| = \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot \frac{1+x}{x}.$$

16. Je moet de vergelijking $I = \frac{4}{3}\pi$ oplossen. Hiervoor voer je de volgende twee formules in in de Ti-84 plus:

$$y_1 = \frac{1}{6}\pi \cdot (x + 3 + 3x^{-1} + x^{-2}),$$
$$y_2 = \frac{4}{3}\pi.$$

Calc intersect geeft nu $x = 1$ of $x \approx 4,2$. Deze oplossingen corresponderen met hoogtes van $1 + x = 1 + 1 = 2$ en $1 + x = 1 + 4,2 = 5,2$.

17. Je begint door I te differentiëren. Dit geeft

$$I' = \frac{1}{6}\pi \cdot (1 + 0 - 3x^{-2} - 2x^{-3}).$$

Om uit te vinden voor welke x deze afgeleide gelijk is aan nul voer je de volgende twee formules in in de Ti-84 plus:

$$y_1 = \frac{1}{6}\pi \cdot (1 - 3x^{-2} - 2x^{-3}),$$
$$y_2 = 0.$$

Calc intersect geeft nu $x = 2$. Om de kleinst mogelijke inhoud te bepalen vul je nu $x = 2$ in in I. Dit geeft

$$I_{\min} = \frac{1}{6}\pi \cdot (2 + 3 + 3 \cdot 2^{-1} + 2^{-2}) = \frac{9}{8}\pi.$$