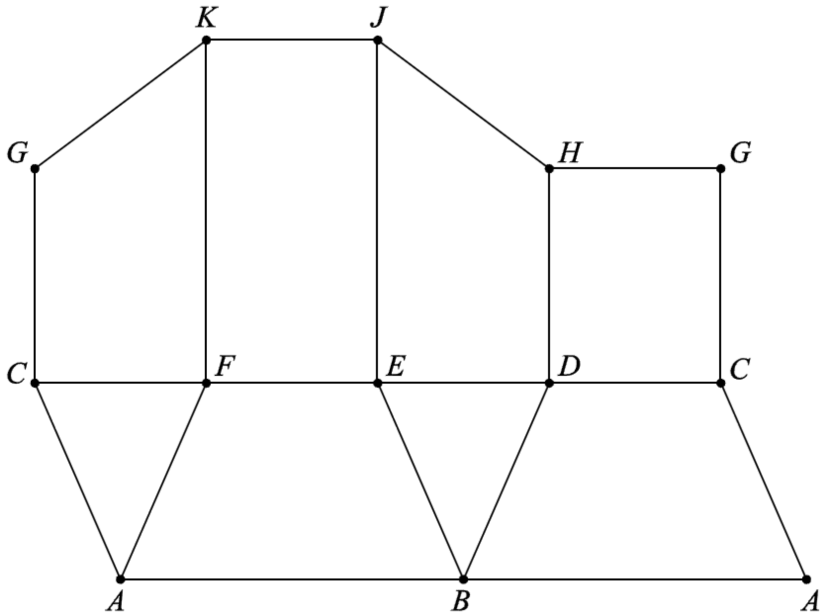
3 Maatschepje

7. Je weet dat hoeken C, D, E en F recht zijn in de zijvlakken van het bovenste deel. Dit betekent dat je de lijnen CF, DE en CD kunt tekenen, want hun lengtes zijn gegeven. Let er hierbij op dat je de lengtes allemaal door twee deelt, aangezien de tekening op schaal moet zijn. Vervolgens kun je loodrecht op de lijnen die je net hebt getekend ook CG (1 keer aan de linkerkant en 1 keer aan de rechterkant) en DH tekenen, want $CDGH$ is een rechthoek. Nu kun je het bovenste deel afmaken door de overgebleven lijnen te tekenen en de juiste letters erbij te zetten. Nu wordt het een beetje lastiger, aangezien je in het onderste deel geen rechte hoeken meer hebt. Je weet wel dat $AC = AF = BD = BE = 5$. Je kunt nu met je passer heel lichtjes cirkels met straal 5 (op schaal!) tekenen rondom punten D en E. Het snijpunt van deze cirkels is B. Nu kun je de lijn AB twee keer tekenen, aangezien je de lengte van deze lijn kent, en je weet dat deze lijn evenwijdig moet zijn aan bijvoorbeeld CD. Tenslotte teken je alle lijnen die nog moeten worden gezet in het onderste deel, en schrijf je alle letters bij de punten. Je krijgt dan onderstaande figuur:



8. Voor zowel de inhoud van de prisma als de twee piramides heb je de hoogte van $\triangle DEM$ nodig. Hiervoor reken je eerst de lengte van MB uit. Je weet dat $AB = 8$, $LM = 4$ en $AL = MB$. Als je dit combineert krijg je $MB = \frac{1}{2}(AB - LM) = 2$. Met de stelling van Pythagoras kun je nu uitrekenen dat $DM = \sqrt{BD^2 - MB^2} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}$. Nu ga je in driehoek $\triangle DEM$ kijken. Er geldt dan dat de hoogte gelijk is aan $h = \sqrt{DM^2 - (\frac{1}{2}DE)^2} = \sqrt{21 - 2^2} = \sqrt{17}$. De oppervlakte van driehoek $\triangle DEM$ is nu gelijk aan de helft van de hoogte maal de basis, oftewel $\frac{1}{2} \cdot h \cdot DE = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{17} \cdot 4 = 2\sqrt{17}$. De inhoud van de prisma is nu de oppervlakte van deze driehoek maal de lengte van de prisma, oftewel $2\sqrt{17} \cdot 4 = 8\sqrt{17}$. De inhoud van elk van de piramides is gelijk aan een derde van de hoogte maal de oppervlakte van het grondvlak, oftewel

$\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{17} = \frac{4}{3}\sqrt{17}$. Er is een prisma, en er zijn twee piramides, dus de totale inhoud is $8\sqrt{17} + 2 \cdot \frac{4}{3}\sqrt{17} \approx 43,98\,\text{cm}^3$.

9. Er zit $44\,\text{cm}^3$ in het onderste deel, dus er zit $100 - 44 = 56\,\text{cm}^3$ in het bovenste deel. Het bovenste deel heeft een grondvlak van 4 bij 4, dus bij een hoogte h boven het vlak $CDEF$ zit er $4 \cdot 4 \cdot h$ in het bovenste deel. Dit moet gelijk zijn aan 56, dus je hebt:

$$4 \cdot 4 \cdot h = 56,$$
$$h = \frac{56}{16} = 3,5.$$

Als je dit invult in de figuur krijg je onderstaand figuur: