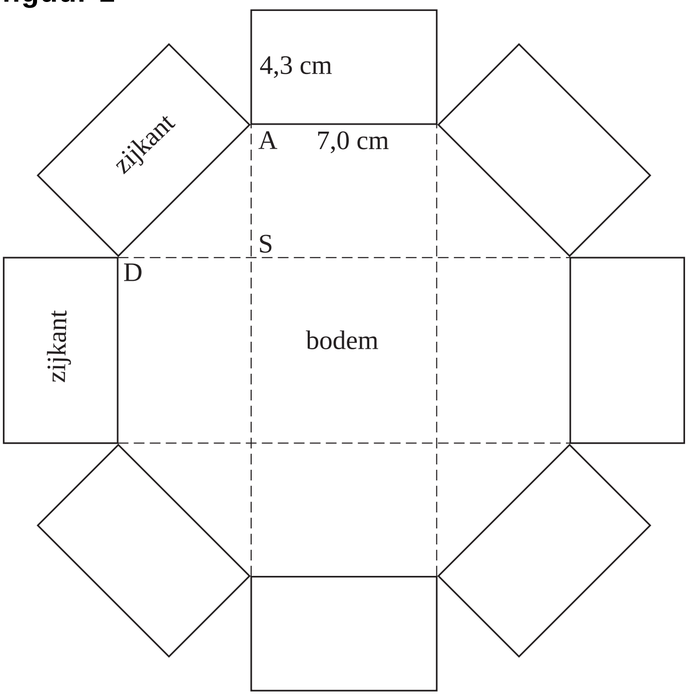
Kartonnen snoepdoosje

Een kartonnen snoepdoosje heeft de vorm van een recht prisma. Zie foto 1. De boven- en onderkant van dit prisma hebben elk de vorm van een regelmatige achthoek. Alle zijden van de regelmatige achthoek zijn 7,0 cm lang. Het doosje is 4,3 cm hoog. In deze opgave verwaarlozen we de dikte van het karton.

foto 1

figuur 1



In figuur 1 zie je een uitslag van het prisma zonder bovenkant. Op de achthoekige bodem zijn enkele stippellijnen getekend. Er geldt dat $AS = DS$ en $\angle ASD = 90°$.

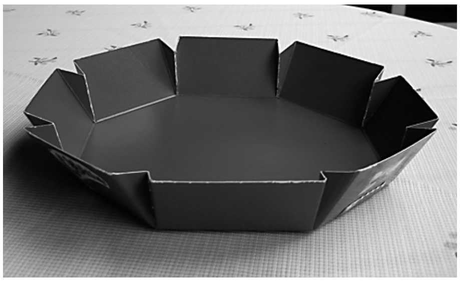
De afstand van punt A tot punt S is ongeveer 4,95 cm.

3p **6** Toon dit met een berekening aan.

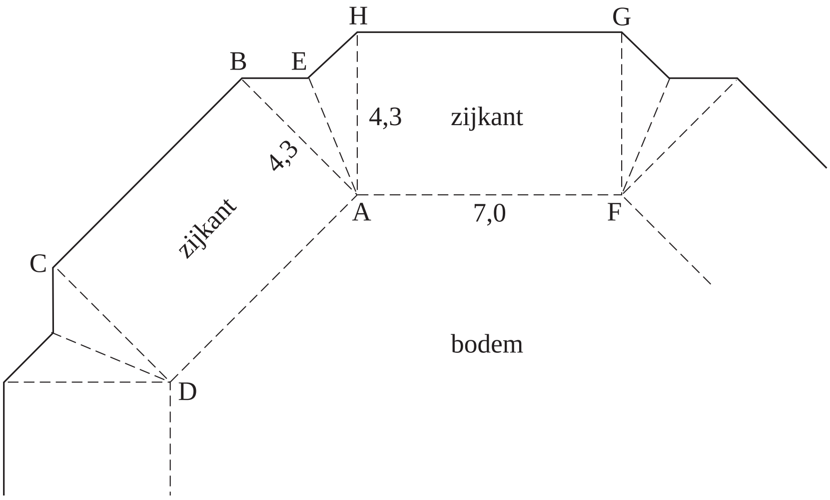
3p **7** Bereken de inhoud van het doosje.

Als het deksel van het doosje gehaald wordt, gaan de zijkanten van het doosje naar buiten staan. Zie foto 2. In werkelijkheid wordt het doosje dus niet gemaakt van een uitslag zoals in figuur 1. In figuur 2 is op schaal 1:2 een gedeelte te zien van het doosje als het nog een plat stuk karton is.

foto 2



figuur 2



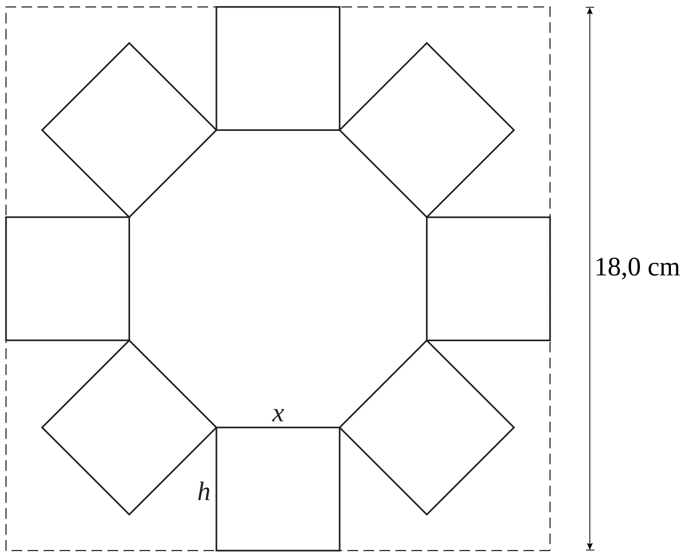
Om het doosje te maken, wordt het karton langs de stippellijnen gevouwen. Als het deksel erop zit, staan de zijkanten van het doosje loodrecht op het grondvlak. De vouwlijnen AB en AH komen dan tegen elkaar aan. De vouwlijn AE steekt daarbij naar binnen.

Als het deksel eraf gehaald wordt, maken de zijkanten van het doosje een hoek van 60º met het grondvlak. Van deze situatie is een bovenaanzicht te tekenen. Vanwege de symmetrie bekijken we slechts een gedeelte hiervan met de twee zijvlakken $ABCD$ en $AFGH$, en de driehoeken AEB en AHE. Op de uitwerkbijlage is op ware grootte een begin gemaakt met het bovenaanzicht.

4p **8** Voltooi dit deel van het bovenaanzicht door de genoemde ontbrekende delen te tekenen. Licht je werkwijze toe.

De fabrikant wil een kleiner doosje ontwerpen, eveneens in de vorm van een regelmatig achthoekig prisma. Hij wil dat de uitslag van dit doosje zonder deksel precies past op een vierkant stuk karton van 18,0 bij 18,0 cm. In figuur 3 is hiervan een voorbeeld te zien.

figuur 3



De zijden van de achthoekige bodem kunnen kleiner of groter genomen worden. De hoogte van het doosje verandert dan ook. Noem de zijde van de regelmatige achthoek x. Dan geldt voor de oppervlakte O van de achthoek en voor de hoogte h van het doosje:

- $O = 2(1+\sqrt{2})x^2$
- $h = 9{,}0 - \frac{1}{2}(1+\sqrt{2})x$.

Voor de inhoud van het doosje (als het deksel er op zit) geldt $I = O \cdot h$. Hiermee en met bovenstaande formules voor O en h kan worden aangetoond dat bij benadering geldt: $I = 43{,}46x^2 - 5{,}83x^3$.

4p **9** Leid op algebraïsche wijze de formule voor de inhoud I af met behulp van de formules voor O en h.

4p **10** Bereken met behulp van differentiëren de maximale inhoud van het doosje. Geef je antwoord in hele cm^3 nauwkeurig.

uitwerkbijlage

8