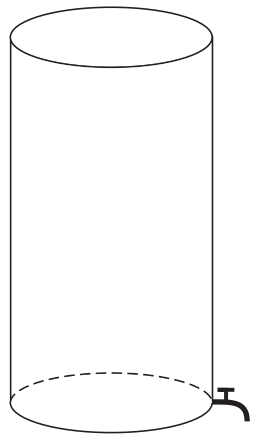
Pompen of ...

figuur 1



Een cilindervormig vat met een hoogte van 32 dm heeft een inhoud van 8000 liter (1 liter = 1 dm^3).

4p **1** ☐ Bereken de diameter van het vat. Geef je antwoord in gehele centimeters nauwkeurig.

Het vat is geheel gevuld met water.
Aan de kraan onder aan het vat (zie figuur 1) wordt een pomp aangesloten.
Hiermee wordt per minuut 60 liter water uit het vat gepompt.
Daardoor zal de waterspiegel met constante snelheid dalen.
De hoogte h in decimeter van de waterspiegel is afhankelijk van de tijd t in minuten vanaf het moment waarop de pomp wordt aangezet.
Op tijdstip $t = 0$ geldt dus $h = 32$.

4p **2** ☐ Teken in de figuur op de bijlage de grafiek die het verband weergeeft tussen de hoogte h en de tijd t bij het leegpompen van het vat.

Men kan ook de kraan open draaien zonder de pomp aan te sluiten. Het vat stroomt dan leeg.
Tijdens het leegstromen geldt voor de hoogte h van de waterspiegel op tijdstip t bij benadering de formule:

$$h(t) = 0{,}0008t^2 - 0{,}32t + 32$$

Hierin is t de tijd in minuten vanaf het moment waarop de kraan wordt opengedraaid en h de hoogte van de waterspiegel in decimeter.

De snelheid waarmee de waterspiegel daalt, neemt voortdurend af.
Volgens bovenstaande formule valt het tijdstip waarop deze snelheid gelijk aan 0 is samen met het tijdstip waarop het vat leeg is.

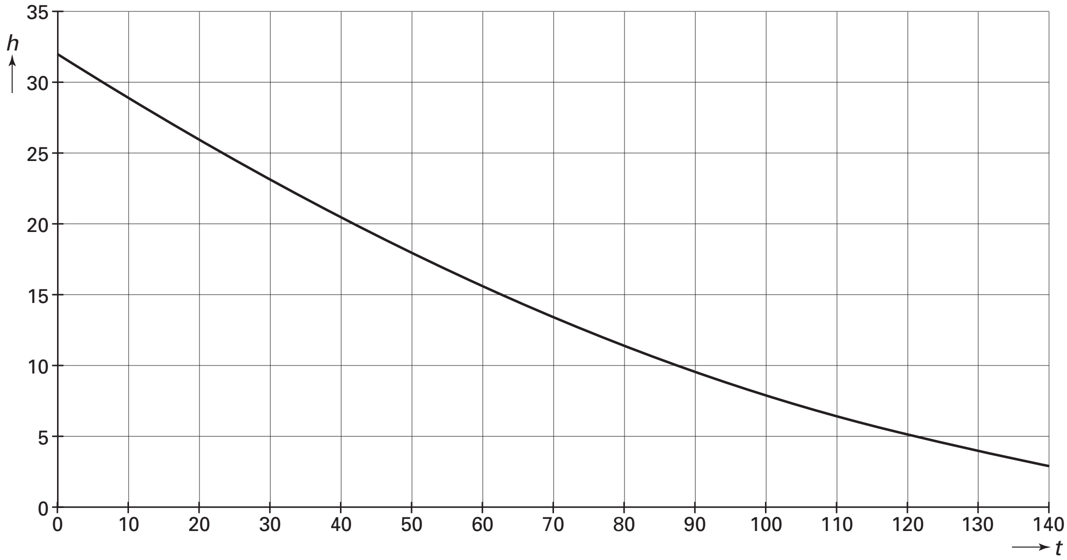
5p **3** ☐ Toon dit met behulp van differentiëren aan.

Op een gegeven moment is het vat geheel gevuld met water en laat men het leeg stromen.
De tijd die nodig is om de eerste 4000 liter te laten wegstromen is korter dan de tijd die nodig is voor de tweede 4000 liter.

5p **4** ☐ Bereken hoeveel minuten korter het laten wegstromen van de eerste 4000 liter duurt dan het laten wegstromen van de tweede 4000 liter. Geef je antwoord in gehele minuten nauwkeurig.

In figuur 2 is de grafiek van *h* als functie van *t* getekend als men het vat leeg laat stromen. Deze figuur staat ook op de bijlage.

figuur 2



Als men het vat leeg pompt, daalt de waterspiegel met een constante snelheid.
Als men het vat laat leeg stromen, neemt de snelheid waarmee de waterspiegel daalt voortdurend af.

5p **5** ☐ Geef op de bijlage het grafiekdeel aan waar geldt dat de waterspiegel bij leeg stromen sneller daalt dan bij leeg pompen. Licht je werkwijze toe.

Een exponentiële functie

Gegeven is de functie $f(x) = 150 \cdot 1{,}2^x$.

4p **6** ☐ Bereken met behulp van differentiëren de exacte waarde van de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek van *f* in het snijpunt met de *y*-as.

De grafiek van *f* wordt 2 naar links verschoven. Zo ontstaat de grafiek van een functie *g*.
De grafiek van *g* kan ook verkregen worden door een vermenigvuldiging van de grafiek van *f* ten opzichte van de *x*-as.

4p **7** ☐ Toon dat algebraïsch aan.

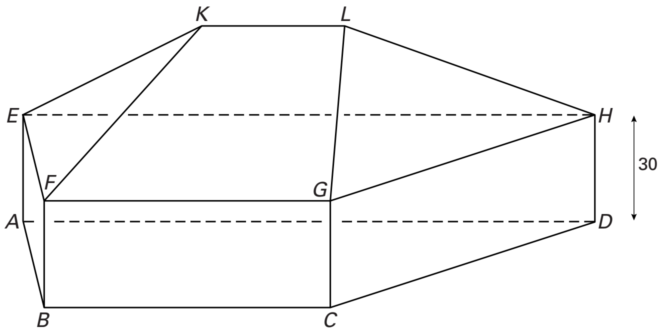
Broeibak

In een folder van een tuincentrum staat de hiernaast afgebeelde foto van een broeibak. De broeibak heeft een glazen deksel in de vorm van een gelijkbenig trapezium. Op de foto is te zien dat de deksel open staat.

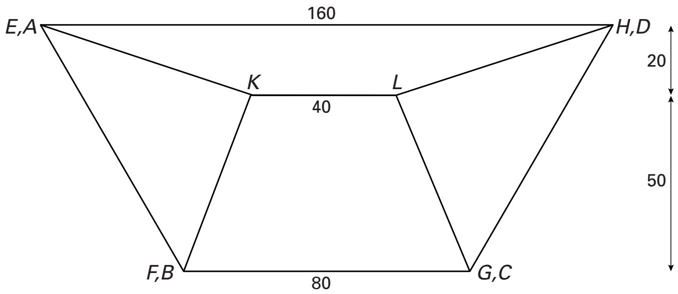
foto

In figuur 3 is een model van deze broeibak getekend. De glazen deksel *FGLK* is hierbij gesloten.
Vlak *EFGH* is evenwijdig aan het grondvlak *ABCD*. *KL* ligt 30 cm boven *EFGH*.
In figuur 4 is het bovenaanzicht van de gesloten broeibak getekend. *AD* is evenwijdig aan *BC*. *AB* is even lang als *DC*.

figuur 3



figuur 4



Alle afmetingen zijn gegeven in cm. De dikte van het hout en van het glas worden verwaarloosd.

Uit de gegevens is af te leiden dat de ribbe *FK* ongeveer 62 cm lang is.

4p **8** ☐ Toon dit met een berekening aan.

De glazen deksel *FGLK* wordt vanuit gesloten stand zo gedraaid om *KL*, dat de deksel horizontaal staat.

4p **9** ☐ Bereken de hoek waarover de deksel gedraaid is. Geef je antwoord in gehele graden nauwkeurig.

Iemand doet 200 liter potgrond (1 liter = 1000 cm^3) in de broeibak. Hij verdeelt de potgrond gelijkmatig.
Neem bij de volgende vraag aan dat de bovenkant van deze hoeveelheid potgrond een horizontaal vlak vormt.

5p **10** ☐ Bereken hoe hoog de potgrond komt. Geef je antwoord in gehele centimeters nauwkeurig.

Van een schaalmodel van deze broeibak, met schaal 1 : 20, staat op de bijlage het begin van een uitslag.

7p **11** ☐ Maak de uitslag op de bijlage af en zet de letters erbij. Licht je werkwijze toe.

Vliegen

Vogels en vliegtuigen kunnen vliegen, onder andere omdat ze vleugels hebben. Voor de vliegtuigbouw is het van belang te weten welk gewicht een stel vleugels kan dragen en welke snelheid er nodig is om te kunnen vliegen.
In deze opgave gaan we in op de relatie tussen het gewicht, het vleugeloppervlak, de kruissnelheid en de luchtdichtheid. Hierbij is de kruissnelheid de snelheid die een vogel of vliegtuig heeft tijdens een lange vlucht.
Voor vogels en vliegtuigen geldt bij benadering de volgende formule:

$$W = 0{,}03 \cdot d \cdot V^2 \cdot S$$

Hierin is W het gewicht in kilogram, S het vleugeloppervlak in vierkante meter, d de luchtdichtheid in kilogram per kubieke meter en V de kruissnelheid in meter per seconde.

Een merel van 90 gram heeft een vleugeloppervlak van 200 cm^2. Deze vogel vliegt dicht bij de grond, waarbij $d = 1{,}25$.

5p **12** ☐ Bereken de kruissnelheid van een merel. Geef je antwoord in meter per seconde afgerond op een geheel getal.

In de vliegtuigbouw wordt gewerkt met het begrip vleugelbelasting; dat is het gewicht (in kilogram) per vierkante meter vleugeloppervlak, in formulevorm $\frac{W}{S}$.
Een Boeing 747 heeft een vleugeloppervlak van 511 m^2 en heeft een kruissnelheid van 900 km per uur op een hoogte waar de luchtdichtheid d gelijk is aan 0,3125.

4p **13** ☐ Bereken de vleugelbelasting van deze Boeing 747. Rond je antwoord af op een geheel getal.

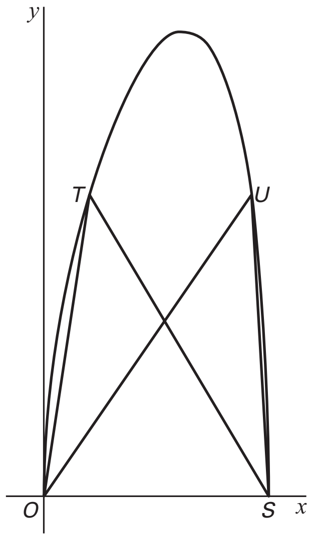
Voor vliegende objecten met dezelfde vorm is er een lineair verband tussen $\log(W)$ en $\log(S)$. Voor vliegende objecten van dezelfde vorm als de Boeing 747 geldt de formule: $\log(W) = \frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} \cdot \log(S)$.
Deze formule is om te werken tot: $W = p \cdot S^q$.

5p **14** ☐ Bereken p en q. Rond je antwoorden af op twee decimalen.

Een verzameling functies

Gegeven is de functie $f(x) = \sqrt{27x - x^4}$.
De grafiek van f heeft met de x-as twee punten gemeen, de oorsprong O en een punt S.
Op de grafiek van f liggen twee punten T en U zodanig, dat de oppervlakte van driehoek OST en van driehoek OSU gelijk zijn aan 6.
Zie figuur 5.

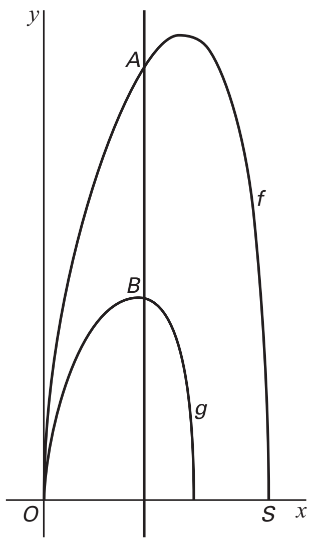
figuur 5



6p **15** ☐ Bereken de coördinaten van T en U. Rond in je antwoord getallen die niet geheel zijn, af op twee decimalen.

Gegeven is de functie $g(x) = \sqrt{8x - x^4}$.
In figuur 6 zijn de grafieken van f en g en een verticale lijn met vergelijking $x = p$ getekend.
De verticale lijn snijdt de grafiek van f in A en de grafiek van g in B. De lengte van lijnstuk AB is 3.

figuur 6



4p **16** ☐ Bereken p. Rond je antwoord af op twee decimalen.

Een verzameling van functies is gegeven door $h(x) = \sqrt{cx - x^4}$ voor elk positief getal c.
Voor $c = 27$ krijg je de functie f en voor $c = 8$ krijg je de functie g.

Voor een bepaalde waarde van c is het domein van h gelijk aan [0, 10].

5p **17** ☐ Bepaal het bereik van h bij die waarde van c. Rond in je antwoord getallen die niet geheel zijn af op twee decimalen.

Het maximum van de functies h wordt niet telkens voor dezelfde waarde van x bereikt.
Eén van de functies h heeft een maximum voor $x = 1,5$.

5p **18** ☐ Bereken met behulp van differentiëren de exacte waarde van c van deze functie.

Bijlage bij de vragen 2, 5 en 11

Wiskunde B1,2 (nieuwe stijl)

Examen HAVO 2002

Tijdvak 2
Woensdag 19 juni
13.30 –16.30 uur

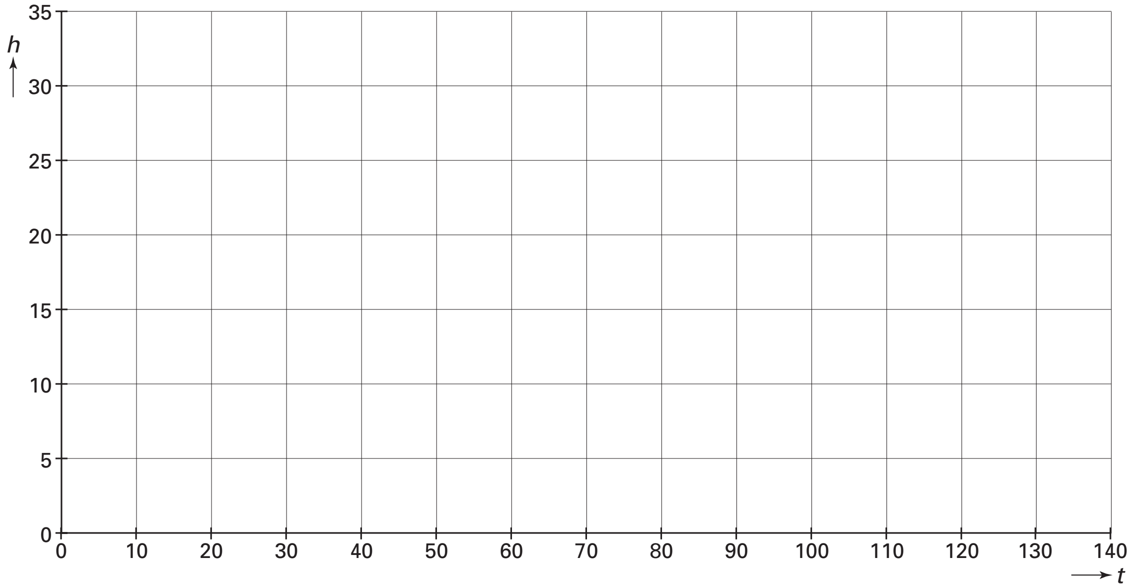
Examennummer

....

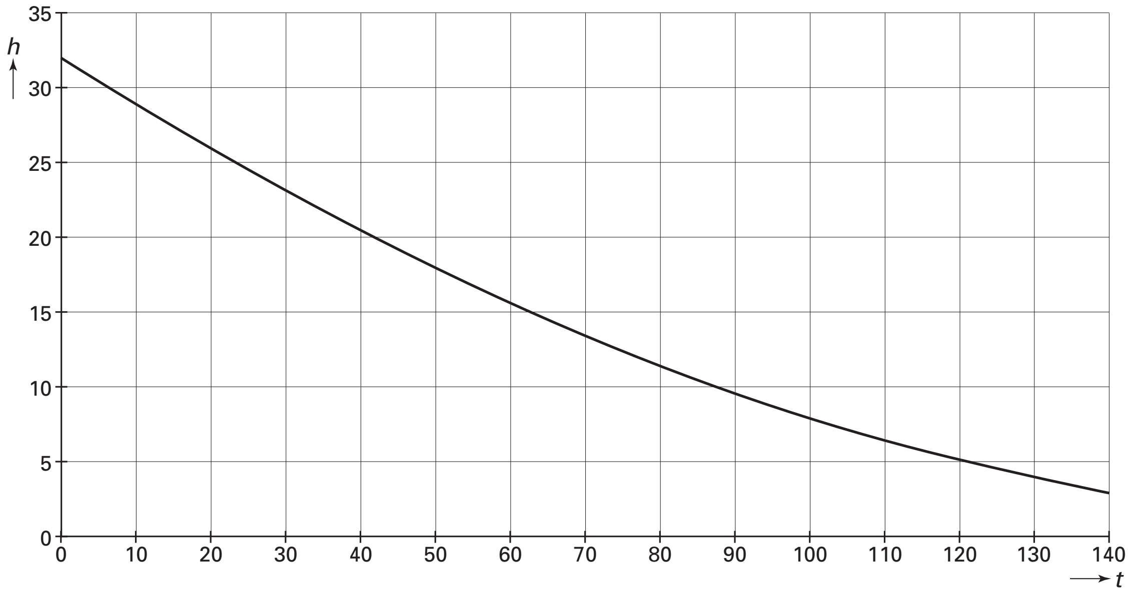
Naam

....

Vraag 2



Vraag 5



Bijlage bij de vragen 2, 5 en 11

Vraag 11