Polynoom

5 Bij de top is de afgeleide gelijk aan nul. Je moet dus eerst de afgeleide van f berekenen. Dit kan op twee manieren: eerst de haakjes wegwerken en dan afleiden, of de productregel toepassen en dan herleiden tot de makkelijkste vorm. Ik kies hier voor eerst de haakjes wegwerken, maar als je het dus anders hebt gedaan is het niet fout.

$$f(x) = x^3 + x^2 - 16x - 16 \quad \rightarrow \quad f'(x) = 3x^2 + 2x - 16$$

Nu moet je deze afgeleide gelijkstellen aan nul om de toppen te krijgen, en vervolgens moet je de vergelijking oplossen. Dit doe ik voor het gemak met de abc-formule.

$$3x^2 + 2x - 16 = 0 \quad \rightarrow$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-16)}}{2 \cdot 3} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-2 \pm 14}{6}$$

Er zijn dus twee oplossingen: $x = 2$ en $x = -{}^{16}/_{6}$.
Ik ben geïnteresseerd in de positieve oplossing, dus de x-coördinaat van de top is 2.
Nu reken ik f(2) uit om de y-coördinaat te krijgen. Dit geeft

$$f(2) = 2^3 + 2^2 - 16 \cdot 2 - 16 = -36$$

De coördinaten van de top zijn dus (2, –36).

6 De vergelijking van k is van de vorm $k : y = ax + b$.
Je weet dat k door het punt P gaat. Dit betekent dat b gelijk is aan de waarde van f in het punt $x = 0$. Om deze f(0) te vinden vul je gewoon de formule in:

$$f(0) = 0^3 + 0^2 - 16 \cdot 0 - 16 = -16:$$

Nu hoef je alleen nog maar de richtingscoëfficiënt van k te vinden. Hiervoor heb je de x-coördinaat van het punt Q nodig. Hiervoor moet je de vergelijking $f(x) = 0$ oplossen:

$$(x + 1) \cdot (x^2 - 16) = 0 \quad \rightarrow \quad x = -1 \;\vee\; x^2 = 16$$
$$x = -1 \;\vee\; x = -4 \;\vee\; x = 4$$

Het punt Q is het meest rechter nulpunt, dus $x_Q = 4$. De richtingscoëfficiënt van k, oftewel a, is nu gelijk aan

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_Q - y_p}{x_Q - x_p} = \frac{0 + 16}{4 - 0} = 4$$

Er geldt dus $a = 4$ en $b = -16$, dus de vergelijking voor k is

$$k : y = 4x - 16$$