Inkomensverdeling

3 Eerst reken je de afgeleide van I uit:

$$I' = 0{,}25 + 0{,}000075 \cdot 3 \cdot B^2 = 0{,}25 + 0{,}000225 \cdot B^2$$

Het lijnstuk tussen (0,0) en (100,100) heeft een helling van 1.
Het punt waarvoor dit lijnstuk een raaklijn aan I is heeft dus de eigenschap dat $I' = 1$.
Je moet dus de volgende vergelijking oplossen:

$$0{,}25 + 0{,}000225 \cdot B^2 = 1 \quad \rightarrow \quad 0{,}000225 \cdot B^2 = 0{,}75$$

$$B^2 = \frac{0{,}75}{0{,}000225} \quad \rightarrow \quad B = \sqrt{\frac{0{,}75}{0{,}000225}} \approx 58$$

58% van dit land heeft dus een ondergemiddeld inkomen, dus 100 – 58 = 42% van de bevolking van dit land heeft een bovengemiddeld inkomen.

4 Eerst vul je in dat B = 0. Dan vind je:

$$I = a \cdot 0 + 100^{1-p} \cdot (1-a) \cdot 0^p = 0$$

De grafiek gaat dus voor alle a en p door (0,0).
Nu vul je in dat B = 100. Dan vind je:

$$I = a \cdot 100 + 100^{1-p} \cdot (1-a) \cdot 100^p$$

Merk nu op dat $100^{1-p} \cdot 100^p = 100$.
Bovenstaande formule wordt dan:

$$I = a \cdot 100 + 100 \cdot (1-a) = 100$$

De grafiek gaat dus ook voor alle a en p door (100,100).

5 Eerst vul je in dat p = 3:

$$I = a \cdot B + 100^{1-3} \cdot (1-a) \cdot B^3$$

Je wilt nu dat de minst verdienende 50% van de bevolking, dus B = 50, samen 17% van het totale inkomen van het land heeft, oftewel I = 17.
Als je deze twee dingen invult vind je:

$$17 = a \cdot 50 + 100^{-2} \cdot (1-a) \cdot 50^3$$

Nu hoef je alleen deze vergelijking op te lossen:

$$17 = a \cdot 50 + \frac{1}{1000} \cdot (1-a) \cdot 125000 \quad \rightarrow \quad 17 = a \cdot 50 + 12{,}5 \cdot (1 - a)$$

$$17 = a \cdot 50 + 12{,}5 - 12{,}5a \quad \rightarrow \quad 17 - 12{,}5a = (50 - 12{,}5)a \quad \rightarrow \quad 4{,}5 = 37{,}5a$$

$$a = 0{,}12$$