Tonregel van Kepler

1 Eerst reken je de straal uit van het grondvlak, het bovenvlak, en het vlak op halve hoogte. De straal van het grondvlak en van het bovenvlak zijn de helft van de diameter, ofwel ½ · 58 = 29 cm.
Van het vlak op halve hoogte weet je alleen de omtrek, en de straal is de omtrek gedeeld door 2π, ofwel $\frac{223}{2\pi} \approx 35{,}5$ cm .
Nu kun je G, B en M uitrekenen met de formule oppervlak = πr^2 .
Er geldt $G = B = \pi \cdot 29^2 \approx 2642 \text{ cm}^2$
en $M = \pi \cdot 35{,}5^2 \approx 3959 \text{ cm}^2$.

Nu kun je de inhoud van de ton uitrekenen met de formule:

$$I = \frac{1}{6} \cdot h \cdot (G + 4 \cdot M + B) = \frac{1}{6} \cdot 93 \cdot (2642 + 4 \cdot 3959 + 2642) \approx 327360 \text{ cm}^3$$

Omdat $1000 \text{ cm}^3 = 1$ liter is dit dus ongeveer 327 liter.

2 De oppervlakte van het grondvlak is gelijk aan $10^2 = 100$.
De oppervlakte van de doorsnede bij de bovenkant van de piramide is 0, aangezien de top van de piramide een punt is. Halverwege de hoogte van de piramide is de doorsnede een vierkant met zijde 5, de oppervlakte is daar dus $5^2 = 25$.
Als je deze gegevens invult in de tonregel krijg je:

$$I = \frac{1}{6} \cdot h \cdot (G + 4 \cdot M + B) = \frac{1}{6} \cdot 9 \cdot (100 + 4 \cdot 25 + 0) = 300$$

De standaardformule voor de inhoud van een piramide is $\frac{1}{3} \cdot b \cdot h$, waar b de oppervlakte van het grondvlak, en h de hoogte is. Deze formule geeft voor I:

$$I = \frac{1}{3} \cdot 100 \cdot 9 = 300$$

De tonregel geeft dus inderdaad dezelfde uitkomst als de formule voor de inhoud van een piramide.