Productfuncties

10. Eerst neem je de afgeleide van $f(x)$. Hierbij moet je de productregel toepassen.

$$f'(x) = 1 \cdot \sqrt{x} + (x-1) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Een minimum treedt op als $f'(x) = 0$. Je moet dus de volgende vergelijking oplossen.

$$\sqrt{x} + (x-1) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = 0$$

$$\sqrt{x} + \frac{x}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2\sqrt{x}} = 0$$

$$\sqrt{x} + \frac{1}{2}\sqrt{x} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\frac{3}{2}\sqrt{x} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Nu kun je kruislings vermenigvuldigen.

$$3\sqrt{x} \cdot 2\sqrt{x} = 2$$

$$6x = 2$$

$$x = \frac{1}{3}$$

Het minimum wordt dus aangenomen bij $x = \frac{1}{3}$.

11. Voor deze opgave vul je in de formule in dat $x = 5$ en $f_a(x) = 6$. Vervolgens los je a op uit de vergelijking die je dan krijgt. Je krijgt de volgende vergelijking:

$$6 = (5-1) \cdot \sqrt{5-a}$$

Nu ga je hieruit a oplossen.

$$6 = 4 \cdot \sqrt{5-a}$$

$$\sqrt{5-a} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$5 - a = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$a = 5 - \frac{9}{4} = 2\frac{3}{4}$$

Als de grafiek door het punt $(5, 6)$ gaat moet dus gelden dat $a = 2\frac{3}{4}$.