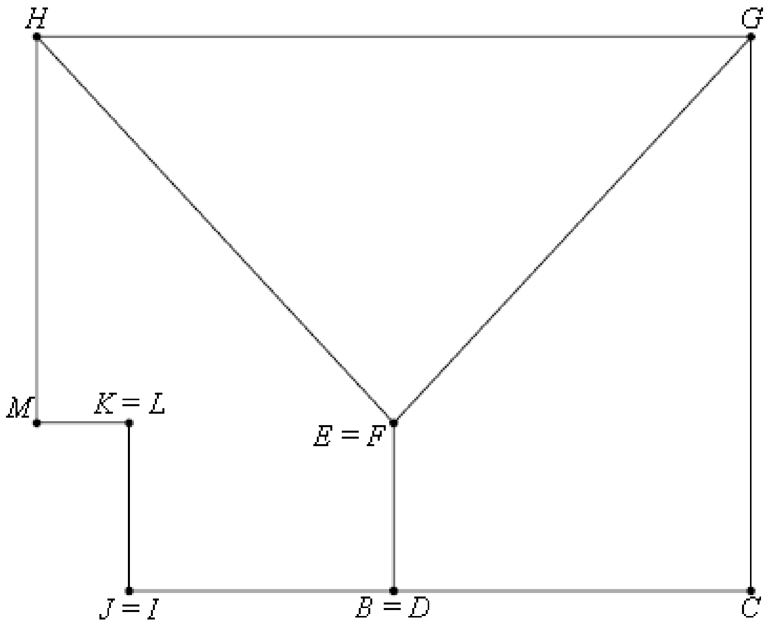
Klimhal

7. Ik begin met een plaatje van het antwoord, omdat dit verhelderend werkt voor de uitleg. Je begint met het tekenen van de rechthoek $ACGH$. In het



echt zijn AH en CG 16,5 m lang. Op schaal 1:250 wordt dit $\frac{16{,}5}{250} = 0,066$ m, oftewel 6,6 cm. Nu wil je hetzelfde doen met zijden AC en HG, maar dan moet je eerst de lengtes van deze zijden in werkelijkheid berekenen. Dit kan met de stelling van Pythagoras. Je vindt dan dat $AC = HG = \sqrt{15^2 + 15^2} \approx 21,2$ m. Op schaal 1:250 is dit $\frac{21{,}2}{250} \approx 8,5$ cm. Nu je de maten hebt, teken je rechthoek $ACGH$. Teken op een manier zodat je het later nog kunt uitgummen, want aan de linkerkant moet bij de ingang later een stuk worden uitgegumd.

Nu ga je verder met het tekenen van punten B en E. Omdat $AB = BC$, en omdat je in de richting BD kijkt, zal in je tekening punt B precies in het midden tussen A en C liggen. Je kunt nu punt B intekenen. Nu moet je de lengte van BE in de tekening berekenen om punt E correct te kunnen intekenen. In werkelijkheid is de lengte van BE 5,0 m. Op schaal 1:250 wordt dit $\frac{5{,}0}{250} = 0,02$ m, oftewel 2,0 cm. Je kunt nu de lijn BE, en dus ook punt E, intekenen. Je kunt nu ook de lijnen EG en EH tekenen. Nu moet je de ingang nog tekenen. Je kunt beginnen door punt M te tekenen. In de opgave staat dat AM 5,0 meter lang is. Dit is handig, want dit is precies even lang als BE. BE was in de tekening 2,0 cm, dus AM ook. Je kunt nu punt M in de tekening intekenen. Nu moet je nog de afstand van punt A tot de lijn IJ berekenen. Hierbij gebruik je het feit dat hoek $\angle AJI$ gelijk is aan 45°. Je kunt nu de sinus gebruiken.

$$\sin(\angle AJI) = \frac{\text{afstand van punt } A \text{ tot lijn } IJ}{AJ}$$

$$\sin(45^\circ) = \frac{\text{afstand van punt } A \text{ tot lijn } IJ}{4,0}$$

$$\text{afstand van punt } A \text{ tot lijn } IJ = 4,0 \cdot \sin(45°) \approx 2,8 \text{ m}$$

Deze afstand is dus in werkelijkheid 2,8 m. Op schaal 1:250 wordt dit $\frac{2,8}{250} \approx 0,011$ m, oftewel 1,1 cm. Nu kun je dus ook een punt 1,1 cm rechts van A en een punt 1,1 cm rechts van M tekenen. Als je dit gedaan hebt teken je de ingang zoals in het plaatje op deze pagina, en je gumt de lijnen die je nu teveel hebt uit.

8. De makkelijkste manier om deze opgave te maken is om eerst de inhoud van de balk met het grondvlak $ABCD$ uit te rekenen, en om vervolgens de inhoud van de twee piramides en de prisma daarvan af te trekken. De inhoud van de balk is gewoon lengte maal breedte maal hoogte, oftewel $15,0 \cdot 15,0 \cdot 16,5 = 3712,5 \text{ m}^3$. Nu bereken je de inhoud van de twee piramides aan de bovenkant van de balk. Hierbij gebruik je dat de twee piramides precies even groot zijn. Je hoeft dus alleen de inhoud van één van de piramides te berekenen. Ik noem het vlak van de piramide dat samenvalt met de bovenkant van de balk het grondvlak van de piramide. Deze keuze is willekeurig. Als je een ander vlak als grondvlak kiest dan komt er precies hetzelfde antwoord uit. Dit blijkt echter een handige keuze te zijn. Het grondvlak van één van de piramides is een driehoek, dus je kunt de formule voor de oppervlakte van een driehoek gebruiken om de oppervlakte van het grondvlak te berekenen. Deze oppervlakte is $\frac{1}{2} \cdot 15,0 \cdot 15,0 = 112,5 \text{ m}^2$. Nu is de inhoud van een piramide gelijk aan een derde maal de oppervlakte van het grondvlak maal de hoogte. Hier is de hoogte 11,5 m, dus de inhoud van één van de piramides is $\frac{1}{3} \cdot 112,5 \cdot 11,5 = 431,25 \text{ m}^3$. Als laatste moet je nu nog de inhoud van de prisma bij de ingang berekenen. Hier gebruik ik het vlak AJI als grondvlak van het prisma. Dit grondvlak is ook een driehoek, en $AI = AJ = 4,0$ m, dus de oppervlakte van het grondvlak is $\frac{1}{2} \cdot 4,0 \cdot 4,0 = 8,0 \text{ m}^2$. De hoogte van het prisma is 5,0 m, en de inhoud van een prisma is de oppervlakte van het grondvlak maal de hoogte, dus de inhoud van het prisma is gelijk aan $8,0 \cdot 5,0 = 40,0 \text{ m}^3$. Nu kun je de inhoud van de klimhal berekenen. Deze is gelijk aan de inhoud van de balk min de inhoud van 2 piramides min de inhoud van 1 prisma, oftewel $3712,5 - 2 \cdot 431,25 - 40,0 = 2810 \text{ m}^3$.

9. Eerst ga ik de oppervlakte van de verticale en schuine wanden berekenen. Bij deze opgave doe ik eerst alsof de ingang niet bestaat. Ik doe dus alsof de prisma gewoon bij het gebouw hoort. Op die manier zijn er 2 soorten vlakken die ik moet meenemen in de berekening van de oppervlakte. Alle verticale wanden zijn namelijk gelijk, en ook alle schuine wanden zijn gelijk. Eerst reken ik de oppervlakte van een verticale wand uit. Elke verticale wand is opgebouwd uit een rechthoek met een driehoek erop. De rechthoek is 15,0 bij 5,0 m, en de driehoek is 15,0 bij 11,5 m. Met gebruikmaking van de formules voor de oppervlaktes van een rechthoek en van een driehoek vind je:

$$opp_{\text{verticale wand}} = 15,0 \cdot 5,0 + \frac{1}{2} \cdot 15,0 \cdot 11,5 = 161,25 \text{ m}^2$$

Elke verticale wand is een driehoek. Hiervan is de basis GH volgens Pythagoras gelijk aan $\sqrt{15,0^2 + 15,0^2} \approx 21,2$ m. De hoogte van de driehoek is gegeven, namelijk 15,6 m. De oppervlakte van deze driehoek, en dus ook van de gehele schuine wand, is gelijk aan:

$$opp_{\text{schuine wand}} = \frac{1}{2} \cdot 21,2 \cdot 15,6 \approx 165,5 \text{ m}^2$$

Er zijn in totaal 4 verticale wanden en 2 schuine wanden, dus er is in totaal $4 \cdot 161,25 + 2 \cdot 165,5 \approx 976 \text{ m}^2$. Nu heb ik echter nog één ding niet meegenomen in de berekening, namelijk dat ik heb gedaan alsof de ingang niet bestaat. Als je in figuur 1 kijkt zie je dat ik nu twee rechthoeken ten onrechte heb meegenomen, namelijk $AJKM$ en $AILM$. Elk van deze rechthoeken is 4,0 bij 5,0 m. De oppervlakte van één van de rechthoeken is dus $4,0 \cdot 5,0 = 20,0 \text{ m}^2$, en de oppervlakte van allebei is dus $2 \cdot 20,0 = 40,0 \text{ m}^2$. Als je het bestaan van de ingang meeneemt in de berekening wordt de oppervlakte dus $976 - 40 \approx 936 \text{ m}^2$. Je denkt misschien dat er ook nog een wand bijkomt, namelijk $IJKL$, maar in de opgave staat dat deze wand niet worden meegenomen. Nu je de totale oppervlakte weet kun je berekenen hoeveel procent van de totale oppervlakte gebruikt wordt om te klimmen. 800 m^2 wordt gebruikt om te klimmen. Dit is $\frac{800}{936} \cdot 100\% \approx 85\%$ van 936 m^2.