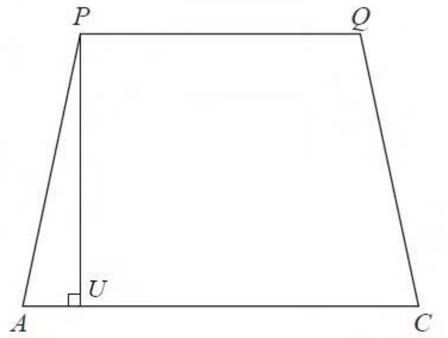
4 Bedankt voor je inzet!

10. Eerst reken je het oppervlak uit van een kubusvormige doos met zijden van 18.0 cm. Deze doos heeft 6 zijvlakken, elk met oppervlakte 18.0^2 cm^2. De totale oppervlakte van de kubusvormige doos is dus $6 \cdot 18.0^2 = 1944$ cm^2. Nu reken je het oppervlak uit van de doos op de foto. Deze doos heeft twee vlakken van 18.0^2 cm^2 en 8 driehoeken met basis 18.0 cm en hoogte $\sqrt{319}$ cm^2. De oppervlakte van een driehoek is een half maal basis maal hoogte, dus de totale oppervlakte van de doos op de foto is $2 \cdot 18.0^2 + 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 18.0 \cdot \sqrt{319} \approx 1934$ cm^2. Het verschil in oppervlakte tussen de twee dozen is $1944 - 1934 = 10$ cm^2. De oppervlakte van de doos op de foto is dus $\frac{10}{1944} \cdot 100 = 0.5\%$ kleiner dan de kubusvormige doos.

11. Teken eerst het punt U. Zie de onderstaande afbeelding.



In de tekst staat dat de hoogte van de driehoeken gelijk is aan $\sqrt{319}$. In de doorsnede is dit AP. Als je nu achter de lengte van AU kunt komen, kan je met Pythagoras de hoogte van de doos berekenen. Voor de lengte van AU geldt:

$$AU = \frac{1}{2} \cdot (AC - PQ)$$

$PQ = 18.0$, en AC krijg je door Pythagoras toe te passen in het grondvlak. Je hebt de twee zijden met de rechte hoek ertussen, en je wilt de diagonaal AC weten.

$$AC = \sqrt{18.0^2 + 18.0^2}$$
$$AC = \sqrt{648}$$

Nu kun je AU uitrekenen.

$$AU = \frac{1}{2} \cdot (18.0 - \sqrt{648})$$
$$AU \approx 3.73$$

Nu pas je Pythagoras toe om PU te vinden. Let wel op het minteken, aangezien je niet de schuine zijde zoekt, maar een van de andere zijden.

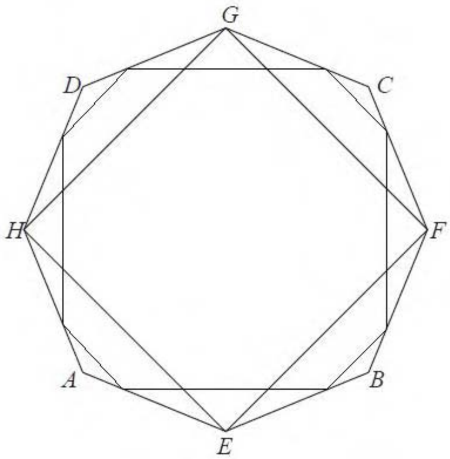
$$PU \approx \sqrt{\sqrt{319}^2 - 3.73^2}$$
$$PU \approx 17.5$$

De hoogte van de doos is dus ongeveer 17.5 cm.

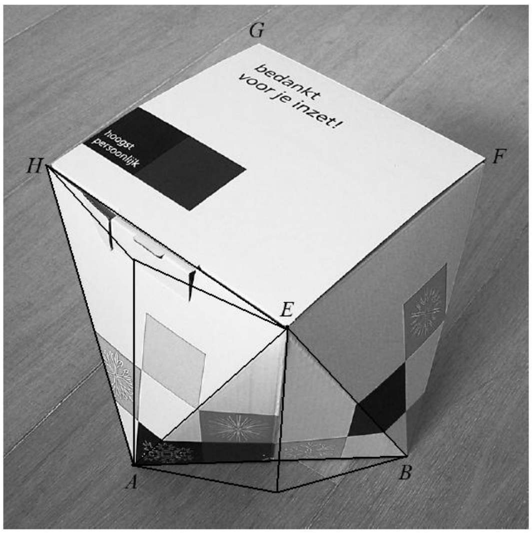
12. Ik maak weer gebruik van de afbeelding bij de vorige vraag. De gevraagde hoek is hoek $\angle UAP$. Je kunt de hoek berekenen met de sinus. Er geldt:

$$\begin{aligned}\sin(\angle UAP) &= \frac{PU}{PA}\\ \sin(\angle UAP) &\approx \frac{17.5}{\sqrt{319}}\\ \sin(\angle UAP) &\approx 0.980\\ \angle UAP &\approx 78^\circ\end{aligned}$$

13. De hoekpunten van de achthoek die je moet tekenen liggen op de zijden AE, EB, BF, FC, CG, GD, DH en HA. Nu moet je bedenken waar op deze zijden de hoekpunten liggen. De doorsnede is op een derde van de hoogte van de doos, dus een van de hoekpunten ligt op een derde van de lijn AE, gerekend vanaf punt A. Op dezelfde manier ligt een ander hoekpunt op een derde van de lijn EB, maar dan gerekend vanaf punt B. Alle andere hoekpunten kunnen zo berekend worden, en het resultaat zie je hieronder.



14. De inhoud van de prisma is gelijk aan de oppervlakte van het grondvlak van de prisma vermenigvuldigd met de hoogte van de prisma. Eerst bereken je de oppervlakte van het grondvlak. Als je in figuur 2 kijkt, zie je dat je die oppervlakte kunt onderverdelen in een vierkant en vier driehoeken. Het vierkant is 18.0 bij 18.0, dus de oppervlakte daarvan is $18.0^2 = 324$ cm^2. De driehoeken hebben allemaal basis 18.0, en hun hoogte is AU. Het punt U is weer hetzelfde punt dat ik eerder ook heb gebruikt. AU ken je, dat is ongeveer 3.73. De oppervlakte van alle vier de driehoeken samen wordt dan $4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 18.0 \cdot 3.73 \approx 134.3$ cm^2. De totale oppervlakte van het grondvlak van de prisma wordt dan $324 + 134.3 \approx 458.3$ cm^2. Aangezien de hoogte van de prisma gelijk is aan 17.5 cm is de inhoud van de prisma gelijk aan $458.3 \cdot 17.5 \approx 8020$ cm^3. Nu je de inhoud van de prisma weet, moet je er nog de acht piramides vanaf halen. Ik zal duidelijk maken welke piramides bedoeld worden. In onderstaande afbeelding heb ik twee van de acht piramides aangegeven.



De inhoud van een piramide is gelijk aan een derde maal de oppervlakte van het grondvlak maal de hoogte. De oppervlakte van het grondvlak heb je eerder in deze vraag al uitgerekend. Dit was $\frac{1}{2} \cdot 18.0 \cdot 3.73 \approx 33.6$ cm^2. De hoogte is 17.5 cm, dus de inhoud wordt $\frac{1}{3} \cdot 33.6 \cdot 17.5 \approx 195.8$ cm^3. De inhoud van alle piramides samen wordt dan $195.8 \cdot 8 \approx 1566$ cm^3. De inhoud van de doos wordt dan de inhoud van de prisma min de inhoud van alle piramides samen, dus $8020 - 1566 \approx 6454$ cm^3.