3 Sinus-cosinusfunctie

7. In de snijpunten van $f(x)$ met de x-as geldt $f(x) = 0$.

$$\sin(x) \cdot \cos\left(x - \frac{1}{4}\pi\right) = 0$$

Op het eerste gezicht lijkt dit misschien moeilijk om op te lossen, maar dit is gewoon van de vorm $a \cdot b = 0$. Als ofwel $\sin(x)$ gelijk is aan 0 ofwel $\cos\left(x - \frac{1}{4}\pi\right)$ gelijk is aan 0, is $\sin(x) \cdot \cos\left(x - \frac{1}{4}\pi\right)$ ook gelijk aan 0.

$$\sin(x) = 0 \bigvee \cos\left(x - \frac{1}{4}\pi\right) = 0$$
$$x = k \cdot \pi \bigvee x - \frac{1}{4}\pi = \frac{1}{2}\pi + k \cdot \pi \bigvee x - \frac{1}{4}\pi = \frac{1}{2}\pi + k\pi$$

Maar je wilt alleen de oplossingen tussen $-\pi$ en π. Het antwoord is dus:

$$x = -\pi \bigvee x = -\frac{1}{4}\pi \bigvee x = 0 \bigvee x = \frac{3}{4}\pi \bigvee x = \pi$$

8. Aangezien naar een helling wordt gevraagd is het verstandig om te beginnen met differentiëren. Denk hierbij aan de productregel. Ook moet je bij sinus en cosinus altijd aan de kettingregel denken, maar in dit geval zijn de afgeleiden van wat binnen de haakjes staat allebei 1, dus hier is het niet nodig.

$$f(x) = \sin(x) \cdot \cos\left(x - \frac{1}{4}\pi\right)$$
$$f'(x) = \cos(x) \cdot \cos\left(x - \frac{1}{4}\pi\right) + \sin(x) \cdot -\sin\left(x - \frac{1}{4}\pi\right)$$
$$f'(x) = \cos(x) \cdot \cos\left(x - \frac{1}{4}\pi\right) - \sin(x) \cdot \sin\left(x - \frac{1}{4}\pi\right)$$

Je wilt de waarde van $f'(x)$ hebben op $x = \frac{1}{2}\pi$, dus je vult $x = \frac{1}{2}\pi$ in.

$$f'\left(\frac{1}{2}\pi\right) = \cos\left(\frac{1}{2}\pi\right) \cdot \cos\left(\frac{1}{4}\pi\right) - \sin\left(\frac{1}{2}\pi\right) \cdot \sin\left(\frac{1}{4}\pi\right)$$

Nu vul je de exacte waarden voor de sinusen en cosinusen uit de laatste formule in.

$$f'\left(\frac{1}{2}\pi\right) = 0 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2} - 1 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2}$$
$$f'\left(\frac{1}{2}\pi\right) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

De gevraagde helling is dus $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$.

9. Eerst begin je met a. a is de amplitude, en voor de amplitude geldt de volgende formule:

$$a = \frac{\text{maximum} - \text{minimum}}{2}$$

Vervolgens kun je de rekenmachine het maximum en het minimum laten berekenen.

Je plot $f(x)$ en gebruikt calc minimum en calc maximum.
Je krijgt minimum $= -0.146$ en maximum $= 0.854$. Dan wordt a dus:

$$a = \frac{0.854 + 0.146}{2}$$
$$a = 0.50$$

Nu kun je het best verdergaan door d uit te rekenen. d is de evenwichtsstand, en is dus precies het gemiddelde van het maximum en het minimum. Er geldt dus:

$$d = \frac{\text{maximum} + \text{minimum}}{2}$$
$$d = \frac{0.854 - 0.146}{2}$$
$$d = 0.35$$

Als laatste moet je c vinden. c is gelijk aan min het startpunt. Het startpunt van een sinusfunctie is het punt waarop de grafiek stijgend door de evenwichtsstand gaat. Je moet dus met de rekenmachine uitrekenen bij welke x de grafiek van f door 0.354 gaat. Op de Ti-84 plus doe je dit door de lijn $y = 0.354$ te plotten en met calc intersect het snijpunt van deze lijn met $f(x)$ te berekenen. Let wel op dat je een snijpunt kiest waarbij $f(x)$ stijgend is. Je krijgt als snijpunt $x = 0.39$, en daarbij hoort $c = -0.39$.