

## 6 Bumpersticker

15.  $MG = MH - GH$ .  $MH$  is gelijk aan de straal, en  $GH = 2$ , dus  $MG = r - 2$ . Verder weet je ook dat zijde  $EG$  gelijk is aan  $p$  en dat zijde  $ME$  gelijk is aan  $r$ . Volgens de stelling van Pythagoras geldt:

$$\begin{aligned} ME^2 &= MG^2 + EG^2 \\ r^2 &= (r - 2)^2 + p^2 \\ r^2 &= r^2 - 4r + 4 + p^2 \\ 0 &= -4r + 4 + p^2 \\ 4r &= p^2 + 4 \\ r &= \frac{1}{4}p^2 + 1 \end{aligned}$$

Dit is precies de gevraagde formule.

16. Je begint met de gegeven formule:

$$p^2 - 20p + 116 - 8r = 0$$

Nu vervang je  $r$  in deze formule door  $\frac{1}{4}p^2 + 1$ , want deze twee uitdrukkingen zijn precies hetzelfde volgens de opgave.

$$\begin{aligned} p^2 - 20p + 116 - 8\left(\frac{1}{4}p^2 + 1\right) &= 0 \\ p^2 - 20p + 116 - 2p^2 - 8 &= 0 \\ -p^2 - 20p + 108 &= 0 \\ p^2 + 20p - 108 &= 0 \end{aligned}$$

Dit is precies de gevraagde formule.

17. Eerst reken je  $p$  uit. Dat doe je met de formule  $p^2 + 20p - 108 = 0$ . Dit kun je algebraïsch doen, maar het is makkelijker met de rekenmachine. Op de Ti-84 plus los je de vergelijking op door twee grafieken te plotten:

$$\begin{aligned} y_1 &= x^2 + 20x - 108 \\ y_2 &= 0 \end{aligned}$$

Vervolgens gebruik je calc intersect om het snijpunt te vinden. Je vindt dan  $p = x \approx 4.42$ . Als je  $p$  hebt, kun je ook  $r$  vinden met de formule  $r = \frac{1}{4}p^2 + 1$ .

$$\begin{aligned} r &\approx \frac{1}{4} \cdot 4.42^2 + 1 \\ r &\approx \frac{1}{4} \cdot 19.5 + 1 \\ r &\approx 4.9 + 1 \\ r &\approx 5.9 \end{aligned}$$

Nu heb je de straal van de twee cirkels. Nu moet je nog de plekken vinden waar de middelpunten van de cirkels zijn. Daarvoor teken je eerst het punt  $H$ . Let er hierbij op dat  $DH$  gelijk is aan  $p$ , oftewel 4.42. Vervolgens teken je lijn  $HM$ . Deze heeft lengte  $r$ , oftewel 5.9. Het punt  $M$  is nu het middelpunt van een van de cirkels. Het andere middelpunt kun je op dezelfde manier vinden, alleen dan gespiegeld. Zie ook onderstaande afbeelding (Ik heb maar een middelpunt met de constructie om hem te vinden getekend, om het overzichtelijk te houden.).

