

Besmettelijke ziektes

Sommige ziektes zijn besmettelijk. Als je aan zo'n besmettelijke ziekte lijdt, kun je gezonde personen besmetten, waardoor die ook ziek worden. Van veel ziektes is bekend hoe groot het gemiddelde aantal (gezonde) personen is dat door één zieke wordt besmet. Dat gemiddelde aantal noemen we B . Zo geldt bijvoorbeeld voor de ziekte griep: $B = 2,2$.

In deze opgave maken we de volgende aannames:

- Iemand die ziek wordt, is precies één week ziek. Daarna is hij weer gezond (maar kan vervolgens wel weer ziek worden). Alleen in die ene week dat hij ziek is, besmet hij andere personen.
- Wie besmet wordt, zal pas in de week erna ziek zijn.

Stel bijvoorbeeld dat in week 50 van een bepaald jaar één persoon een ziekte heeft met $B = 3$. In week 51 zal die persoon weer gezond zijn, maar zullen drie andere personen ziek zijn. In week 52 zullen er negen andere personen ziek zijn, omdat elk van de drie zieken van week 51 drie andere personen heeft besmet.

In de praktijk besmet een zieke vaak minder personen dan het gemiddelde aantal B , omdat tegen een aantal ziektes vaccins zijn ontwikkeld. Als je met zo'n vaccin bent ingeënt, kun je de ziekte niet meer krijgen. Vaccinatie van een deel van de bevolking leidt ertoe dat het gemiddelde aantal personen dat door één zieke wordt besmet, kleiner is dan B . We noemen dit gemiddelde aantal B_v .

Dus:

- B is het gemiddelde aantal personen dat besmet wordt door één zieke als niemand gevaccineerd zou worden.
- B_v is het gemiddelde aantal personen dat besmet wordt door één zieke als er sprake is van vaccinatie van een deel van de bevolking.

In deze opgave gebruiken we de volgende formule om B_v te bepalen:

$$B_v = B \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right) \quad (\text{formule 1})$$

Hierin is p de **vaccinatiegraad**: het percentage van de bevolking dat tegen de ziekte is gevaccineerd.

Bij elke ziekte zorgt een hogere vaccinatiegraad ervoor dat een kleiner aantal personen besmet wordt.

- 3p 4 Beredeneer dit aan de hand van formule 1, zonder getallenvoorbeelden te gebruiken.

Een situatie waarbij B_v groter is dan 1, is onwenselijk: in zo'n geval zal het aantal zieken elke week groter zijn dan het aantal zieken in de week daarvoor. We zeggen dan: de ziekte **breidt zich uit**.

Voor griep geldt $B = 2,2$.

- 3p 5 Bereken met behulp van formule 1 hoe hoog de vaccinatiegraad tegen griep minimaal moet zijn om ervoor te zorgen dat deze ziekte zich niet uitbreidt. Rond je antwoord af op een geheel getal.

Van de Nederlandse bevolking heeft 14% zich laten vaccineren tegen griep. Stel dat er 1000 personen in week 40 griep hebben. Je kunt berekenen hoeveel personen met griep er in week 46 zullen zijn. Dat aantal is minder dan wanneer niemand tegen griep zou zijn gevaccineerd.

- 5p 6 Bereken hoeveel procent dat minder is. Rond je antwoord af op een geheel getal.

In een situatie waarbij $B_v = 1$ kan formule 1 herleid worden tot de volgende formule:

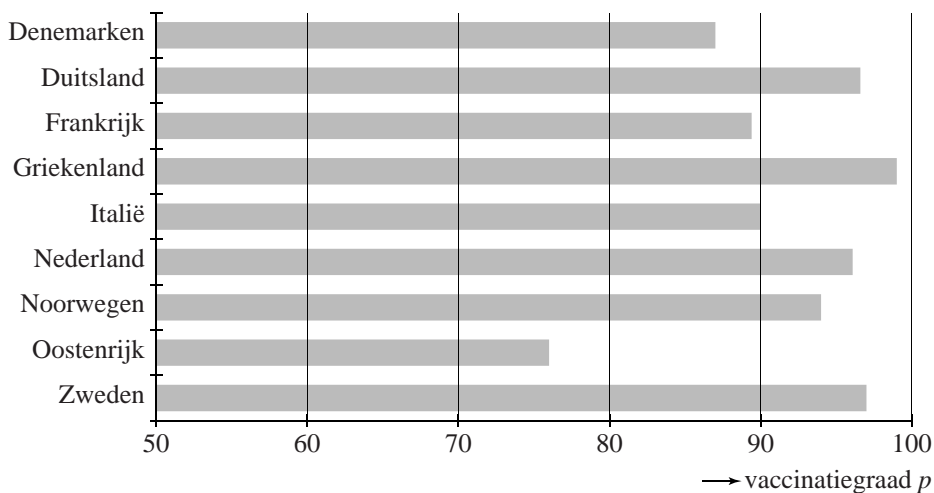
$$p = 100 - \frac{100}{B} \quad (\text{formule 2})$$

- 4p 7 Laat deze herleiding zien.

De ziekte mazelen is veel besmettelijker en gevaarlijker dan griep. Als niemand zich laat vaccineren, besmet één persoon met mazelen gemiddeld 20 andere personen.

In de figuur is van verschillende landen in de Europese Unie de vaccinatiegraad tegen mazelen weergegeven.

figuur



- 4p 8 Onderzoek in welke landen uit de figuur de ziekte mazelen zich zal uitbreiden.