

2 Eerlijk spel?

5. Bij het gooien met twee dobbelstenen zijn er in totaal 36 uitkomsten mogelijk. Daarvan zijn er 6 dubbel, namelijk 1-1, 2-2, 3-3, 4-4, 5-5 en 6-6. Er zijn dus $36 - 6 = 30$ mogelijkheden om *niet* dubbel te gooien. De kans om niet dubbel te gooien is dus $\frac{30}{36} = \frac{5}{6}$, en dit is precies de kans dat Quinten een punt krijgt.
6. Als er één keer dubbel wordt gegooid krijgt Peter gelijk 5 punten, en wint hij. De enige manier waarop Quinten dus kan winnen is als er 5 keer achter elkaar niet dubbel wordt gegooid. De kans hierop is $(\frac{5}{6})^5 \approx 0,4$. Dit is inderdaad kleiner dan 0,5.
7. De kans op dubbel gooien is $\frac{1}{6}$, en de kans op niet dubbel gooien is $\frac{5}{6}$. Het spel is in 1 worp voorbij als er gelijk dubbel wordt gegooid. De kans hierop is dus $\frac{1}{6}$. Het spel is in 2 worpen voorbij als er de eerste worp niet dubbel wordt gegooid, en in de tweede worp wel. De kans hierop is dus $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6}$. Op dezelfde manier kun je de kansen uitrekenen dat het spel in 3, 4 en 5 worpen voorbij is. Deze kansen zijn respectievelijk $(\frac{5}{6})^2 \cdot \frac{1}{6}$, $(\frac{5}{6})^3 \cdot \frac{1}{6}$ en $(\frac{5}{6})^4 \cdot \frac{1}{6}$. De uitgerekende kansen staan hieronder ingevuld in de tabel.

benodigd aantal keer gooien	1	2	3	4	5
kans	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{25}{216}$	$\frac{125}{1296}$	$\frac{625}{1296}$

Om de verwachtingswaarde te berekenen vermenigvuldig je in elke kolom van deze tabel het benodigd aantal keer gooien met de bijbehorende kans, en tel je de resultaten op. Dit geeft $1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{5}{36} + 3 \cdot \frac{25}{216} + 4 \cdot \frac{125}{1296} + 5 \cdot \frac{625}{1296} \approx 3,6$ keer gooien.

8. Quinten wint alleen als er minder dan 2 keer dubbel, en precies 10 keer niet dubbel wordt gegooid. Ook mag de laatste worp niet dubbel zijn, anders had Quinten al in de beurt daarvoor 10 punten gehad. Er is 1 manier waarop Quinten met 0 keer dubbel wint, namelijk Q-Q-Q-Q-Q-Q-Q-Q-Q-Q. Als Quinten met 1 keer dubbel wint duurt het spel 11 worpen, waarvan de laatste niet dubbel mag zijn. Dit kan op 10 manieren. Het totale aantal manieren waarop Quinten kan winnen is dus $1 + 10 = 11$.