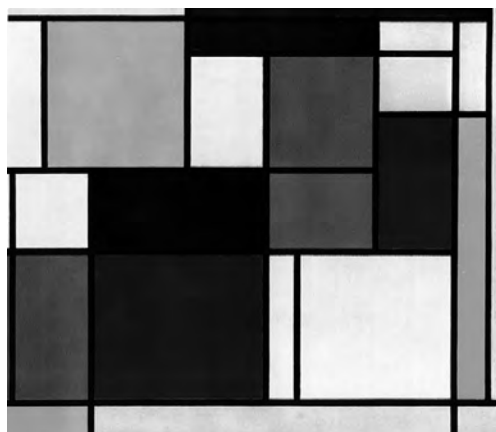


Mondriaan

Piet Mondriaan (1872-1944) was een Nederlandse kunstschilder die algemeen wordt gezien als één van de grondleggers van de abstracte kunst.

Vooraf zijn latere werk, schilderijen bestaand uit zwarte lijnen en rode, gele, blauwe en witte vlakken, is wereldberoemd.



Een kunstenaar wil een schilderij maken dat lijkt op een schilderij van Piet Mondriaan. Hij wil daarbij voor de vlakken de drie kleuren rood, blauw en wit gebruiken. De kunstenaar vindt het niet erg als twee naast elkaar liggende vlakken dezelfde kleur hebben.

Het aantal manieren waarop hij zijn schilderij in kan kleuren, het aantal mogelijke **kleuringen** dus, hangt af van het aantal vlakken waaruit het schilderij bestaat. Het verband tussen het aantal mogelijke kleuringen M en het aantal vlakken V is: $M = 3^V$.

De kunstenaar wil minimaal vijf miljoen mogelijkheden hebben om het schilderij in te kleuren.

3p 1 Bereken hoeveel vlakken het schilderij dan minstens moet hebben.

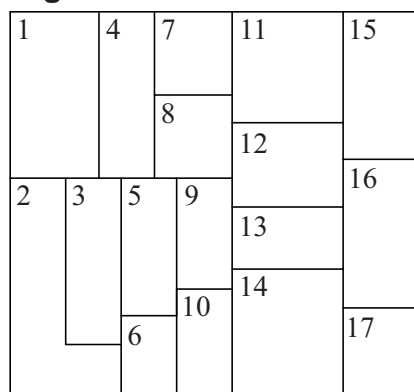
Een vriend van de kunstenaar beweert dat, als je in het algemeen het aantal mogelijke kleuringen wilt verdubbelen, je gewoon het aantal vlakken moet verdubbelen.

3p 2 Onderzoek of dat het geval is.

Uiteindelijk kiest de kunstenaar voor een schilderij met 17 vlakken, zoals weergegeven in de figuur. De figuur staat ook, vergroot, op de uitwerkbijlage.

De kunstenaar wil het schilderij van de figuur inkleuren met de drie eerder genoemde kleuren: rood, blauw en wit. Daarnaast besluit hij, bij nader inzien, toch dat twee aan elkaar grenzende vlakken niet dezelfde kleur mogen hebben.

figuur



We kunnen de kleuring van de verschillende vlakken weergeven met de volgende **notatie**: W_5 betekent “vlak nummer 5 is wit gekleurd” en B_{12} betekent “vlak nummer 12 is blauw gekleurd”.

De kunstenaar begint met vlak nummer 1 rood te kleuren. Tegen zijn vriend zegt hij “Vlak nummer 1 is rood, dus vlak nummer 4 is blauw of wit”.

- 2p **3** Vertaal de uitspraak van de kunstenaar in logische symbolen, gebruik makend van bovenstaande notatie.

De kunstenaar kiest ervoor om vlak nummer 4 wit te kleuren. Het gevolg daarvan voor een deel van de rest van het schilderij kan worden weergegeven met de volgende logische redenering, bestaande uit vier redeneerstappen:

- $(R_1 \wedge W_4) \Rightarrow B_3$
- $B_3 \Rightarrow (\neg B_5 \wedge \neg B_2)$
- $(R_1 \wedge \neg B_2) \Rightarrow W_2$
- $(W_2 \wedge B_3) \Rightarrow R_6$

- 4p **4** Geef de vier stappen van deze redenering in gewone zinnen.

Voor de rest van de opgave gaan we ervan uit dat kunstenaar blijft bij bovenstaande keuze.

- 3p **5** Geef een redenering, weergegeven met de hierboven beschreven notatie en logische symbolen, bestaande uit een aantal redeneerstappen, voor vlak nummer 5 **en** leg daarmee uit waarom de kunstenaar er niet in zal slagen vlak nummer 5 een kleur te geven.

De kunstenaar heeft dus een vierde kleur nodig en kiest ervoor om vlak nummer 5 geel te kleuren. Het is mogelijk om de rest van het kunstwerk in te kleuren zonder een tweede keer de kleur geel in te hoeven zetten. De figuur staat ook, vergroot, op de uitwerkbijlage.

- 4p **6** Geef op de uitwerkbijlage aan hoe het kunstwerk ingekleurd moet worden, uitgaande van het bovenstaande.

uitwerkbijlage

6

1	4	7	11	15
		8	12	
2	3	5	9	16
			13	
			14	
	6	10		17