3 Regelmaat

11. De lengte van het x-de blokje uit de rij is $78 \cdot 0.71^x$. Nu wil je weten voor welke x de lengte van het blokje korter is dan 2 mm. Je moet dus de volgende vergelijking oplossen:

$$78 \cdot 0.71^x = 2$$

Deze vergelijking kun je met de GR oplossen. Je voert twee formules in:

$$y_1 = 78 \cdot 0.71^x$$
$$y_2 = 2$$

Met calc intersect (op de Ti-84 plus) vind je het snijpunt op $x = 10.7$. Dit betekent dat blokje 11 net te klein is. Blokjes 0 tot en met 10 zijn dus groter dan 2 mm. Denk eraan dat je blokje 0 ook meetelt. Blokje 0 is 78 mm lang, en dit is het eerste blokje uit de rij. Blokjes 0 tot en met 10 zijn 11 blokjes in totaal, dus er zijn 11 blokjes die groter dan 2 mm zijn.

12. Noem de vermenigvuldigingsfactor k. Je weet dat elk nieuw vierkant een zijde heeft die k keer de zijde van het oude vierkant is. De oppervlakte is de zijde in het kwadraat. De oppervlakte van het nieuwe vierkant is dus k^2 keer de oppervlakte van het oude vierkant. Maar je weet dat de oppervlakte van het nieuwe vierkant precies de helft van de oppervlakte van het oude vierkant is. Je weet dus dat:

$$k^2 = \frac{1}{2}$$
$$k = \sqrt{\frac{1}{2}}$$
$$k \approx 0.7071$$

De vermenigvuldigingsfactor is dus 0.7071.

13. De rij is een meetkundige rij. Dit zie je omdat elke term precies gelijk is aan 0.71 maal de vorige term. Voor de som van een meetkundige rij ken je een formule (r is de groeifactor en a is de eerste term):

$$B = a \cdot \frac{1 - r^n}{1 - r}$$

In dit geval is de eerste term gelijk aan z, en is de groeifactor 0.71, dus de somformule wordt:

$$B = z \cdot \frac{1 - 0.71^n}{1 - 0.71}$$
$$B = z \cdot \frac{1 - 0.71^n}{0.29}$$

Dit is precies de aan te tonen formule, dus deze formule is inderdaad correct.

14. Er staat in de opgave dat de somformule geldt voor een n bij n vierkant. Dit specifieke kunstwerk is een 3 bij 3 vierkant. Dan weet je dus dat $n = 3$. Ook weet je dat de som B van deze drie vierkanten gelijk is aan 2000 mm. Dan is de enige onbekende in de somformule z, en laat dat nou precies zijn wat je wilt weten, namelijk de breedte van het grootste vierkant. Het enige wat je nu moet doen is de z vinden. Je moet dan deze vergelijking oplossen:

$$\begin{aligned} B &= 2000 \\ z \cdot \frac{1 - 0.71^3}{0.29} &= 2000 \\ z &= \frac{2000}{\frac{1-0.71^3}{0.29}} \\ z &\approx 903 \end{aligned}$$

Het grootste vierkant is dus ongeveer 903 bij 903 mm.

15. Je moet eerst 2 niet-diagonale lijnen kiezen. Je hebt 4 mogelijke lijnen waarvan je er 2 moet tekenen. Er zijn $\binom{4}{2} = 6$ manieren om dit te doen. Bij elk van deze figuren moet je nog een diagonale lijn kiezen. Er zijn 4 mogelijke lijnen die je kunt tekenen, waarvan je er een moet kiezen, dus dat kan op $\binom{4}{1} = 4$ manieren. Je hebt dus 6 manieren voor de niet-diagonale lijnen, en bij elk van deze manieren kun je op 4 manieren een diagonale lijn tekenen. Dan zijn er in totaal $6 \cdot 4 = 24$ figuren die je kunt tekenen.