Vraag	Antwoord	Scores

Een driehoek draaiend over een cirkel

6 maximumscore 7

- $y = ax$ invullen in $(x-1)^2 + y^2 = 1$ geeft $(x-1)^2 + a^2x^2 = 1$ 1
- Herleiden tot $(a^2+1)x^2 - 2x = 0$ 1
- (Dit geeft $x = 0$ of $x = \frac{2}{a^2+1}$ dus geldt) $x_S = \frac{2}{a^2+1}$ 1
- $y_S = \frac{2a}{a^2+1}$ 1
- $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SP}$ 1
- $\overrightarrow{SP} = \begin{pmatrix} \frac{2a}{a^2+1} \\ -\frac{2}{a^2+1} \end{pmatrix}$ 1
- $\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} \frac{2}{a^2+1} \\ \frac{2a}{a^2+1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{2a}{a^2+1} \\ -\frac{2}{a^2+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2a+2}{a^2+1} \\ \frac{2a-2}{a^2+1} \end{pmatrix}$ (en dus $x_P = \frac{2a+2}{a^2+1}$ en $y_P = \frac{2a-2}{a^2+1}$) 1

Vraag	Antwoord	Scores

7 **maximumscore 5**

- De cirkel snijdt de x-as voor $a = 1$ in $P(2, 0)$ en de y-as voor $a = -1$ in $P(0, -2)$ — 1
- De middelloodlijnen van OP zijn in deze gevallen de lijnen met vergelijking $x = 1$ en $y = -1$ — 1
- Het middelpunt van de cirkel is (het snijpunt van de middelloodlijnen, dus) $(1, -1)$ — 1
- Dit punt heeft afstand $\sqrt{2}$ tot $O(0, 0)$ (of P) (dus de straal is $\sqrt{2}$) — 1
- Een vergelijking van de cirkel is $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2$ — 1

of

- De cirkel snijdt de x-as voor $a = 1$ in $P(2, 0)$ en de y-as voor $a = -1$ in $P(0, -2)$ — 1
- De cirkel gaat door O dus is (wegens Thales) het lijnstuk tussen $(2, 0)$ en $(0, -2)$ de middellijn van de cirkel — 1
- Het punt $(1, -1)$ ligt midden tussen deze punten en is het middelpunt van de cirkel — 1
- Invullen van de coördinaten van $O(0, 0)$ (of P) in $(x-1)^2 + (y+1)^2$ — 1
- Een vergelijking van de cirkel is $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2$ — 1

of

- $O(0, 0)$ ligt op de cirkel; bijvoorbeeld invullen van $a = 1$ respectievelijk $a = -1$ geeft dat $(2, 0)$ en $(0, -2)$ op de cirkel liggen — 1
- Voor de coördinaten van het middelpunt M geldt dus $x_M^2 + y_M^2 = r^2$, $(2 - x_M)^2 + y_M^2 = r^2$ en $x_M^2 + (y_M + 2)^2 = r^2$ (waarbij r de straal van de cirkel is) — 1
- Combinatie van $x_M^2 + y_M^2 = r^2$ en $(2 - x_M)^2 + y_M^2 = r^2$ geeft $x_M = 1$ — 1
- Combinatie van $x_M^2 + y_M^2 = r^2$ en $x_M^2 + (y_M + 2)^2 = r^2$ geeft $y_M = -1$ — 1
- Invullen van bijvoorbeeld $O(0, 0)$ in de vergelijking $(x-1)^2 + (y+1)^2 = r^2$ geeft $r^2 = 2$, dus een vergelijking van de cirkel is $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2$ — 1

Vraag	Antwoord	Scores

8 maximumscore 5

- $x_P' = \dfrac{2(a^2+1)-(2a+2)\cdot 2a}{(a^2+1)^2}$ 2
- $x_P' = 0$ geeft $-2a^2-4a+2=0$ 1
- Een berekening waaruit volgt dat $a=-1\pm\sqrt{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- Een toelichting waaruit blijkt dat x_P maximaal is als $a=-1+\sqrt{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

of

- Als x_P maximaal is, dan ligt P op dezelfde hoogte als het middelpunt van de cirkel 1
- Er geldt dus $\dfrac{2a-2}{a^2+1}=-1$ 1
- Hieruit volgt $a^2+2a-1=0$ 1
- Een berekening waaruit volgt dat $a=-1\pm\sqrt{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- Een toelichting waaruit blijkt dat x_P maximaal is als $a=-1+\sqrt{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

of

- Als x_P maximaal is, dan ligt P rechts van het middelpunt van de cirkel op dezelfde hoogte als het middelpunt van de cirkel 1
- Er geldt dus $\dfrac{2a+2}{a^2+1}=1+\sqrt{2}$ 1
- Herleiden geeft $(1+\sqrt{2})a^2-2a+\sqrt{2}-1=0$ 1
- Een berekening waaruit volgt dat $a=-1+\sqrt{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2

of

- Als x_P maximaal is, dan ligt P rechts van het middelpunt van de cirkel op dezelfde hoogte als het middelpunt van de cirkel 1
- Er geldt (omdat $\angle OSP = 90°$) dus $\begin{pmatrix} \frac{2}{a^2+1} \\ \frac{2a}{a^2+1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1+\sqrt{2}-\frac{2}{a^2+1} \\ -1-\frac{2a}{a^2+1} \end{pmatrix} = 0$ 1
- $\dfrac{2}{a^2+1}\cdot\left(1+\sqrt{2}-\dfrac{2}{a^2+1}\right)+\dfrac{2a}{a^2+1}\cdot\left(-1-\dfrac{2a}{a^2+1}\right)=0$ 1
- Een berekening waaruit volgt dat $a=-1+\sqrt{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2

of

Vraag	Antwoord	Scores

- Als x_P maximaal is, dan ligt P rechts van het middelpunt van de cirkel op dezelfde hoogte als het middelpunt van de cirkel 1
- Een vergelijking van de lijn door S loodrecht op lijn OS is
  $y-\frac{2a}{a^2+1}=-\frac{1}{a}\left(x-\frac{2}{a^2+1}\right)$ 1
- Er geldt dus $-1-\frac{2a}{a^2+1}=-\frac{1}{a}\left(1+\sqrt{2}-\frac{2}{a^2+1}\right)$ 1
- Een berekening waaruit volgt dat $a=-1+\sqrt{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2