

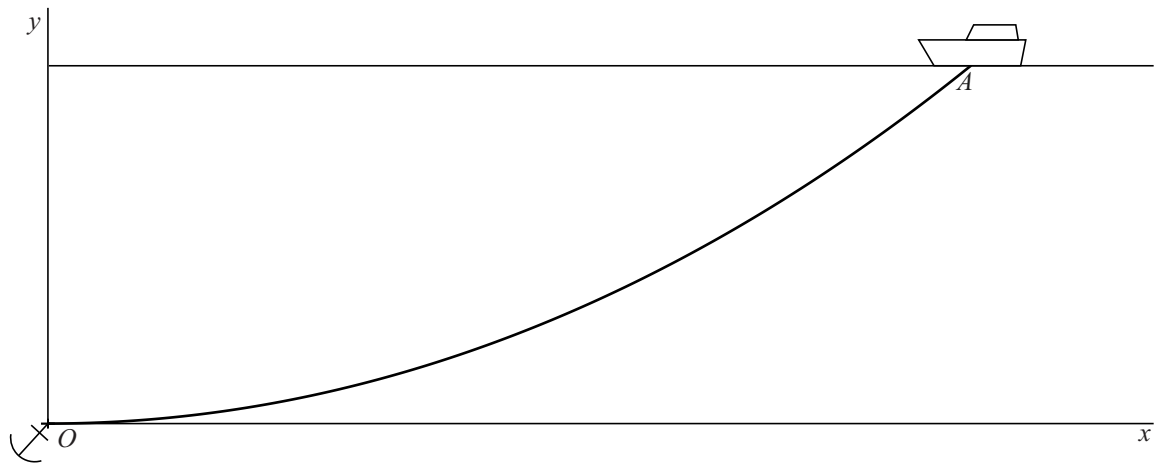
Ankerketting

Een schip ligt op zee voor anker. Door stroming en wind trekt het schip aan de ankerketting. Hierdoor en door het eigen gewicht van de ankerketting neemt de ketting een vorm aan die bekend staat als een kettinglijn. In de figuur is deze situatie schematisch in een assenstelsel weergegeven. De x -as valt samen met de horizontale zeebodem, waarop het anker ligt.

De oorsprong O van het assenstelsel is gekozen in het punt waar de ankerketting aan het anker is bevestigd. Aan het schip zit de ankerketting vast in punt A . We gaan ervan uit dat de ankerketting daar direct het water in gaat.

Het punt A bevindt zich 96 meter rechts van de y -as.

figuur



Een kettinglijn waarvan het laagste punt door O gaat, kan worden beschouwd als een deel van de grafiek van de functie f gegeven door:

$$f(x) = \frac{1}{2a} \cdot (e^{ax} + e^{-ax} - 2), \text{ met } a > 0$$

Voor de functie f geldt:

$$1 + (f'(x))^2 = \left(\frac{1}{2} e^{ax} + \frac{1}{2} e^{-ax} \right)^2$$

6p **8** Bewijs deze gelijkheid.

Voor de ankerketting in de figuur geldt $a = \frac{1}{140}$ en $0 \leq x \leq 96$. Hierin zijn x en $f(x)$ in meters. Door golven en wind kan een schip flinke bewegingen maken. Bij een korte ankerketting kan dan het anker losraken. Om dit te voorkomen geeft men bij het uitwerpen van een anker de ankerketting veel lengte. Hiervoor hanteert men in de scheepvaart de vuistregel dat de lengte van de ankerketting tussen anker en schip ten minste driemaal de waterdiepte moet zijn.

- 5p **9** Onderzoek of de ankerketting in de figuur aan deze vuistregel voldoet.

Bij vraag 9, kan de volgende informatie worden gebruikt: De lengte L van het deel van de grafiek van een functie f tussen de punten $(a, f(a))$ en $(b, f(b))$ kan worden berekend met de volgende formule:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} \, dx$$