

| Vraag | Antwoord | Scores |
|-------|----------|--------|
|-------|----------|--------|

### Een gebroken functie en zijn inverse

**10 maximumscore 4**

- Er moet gelden  $f(g(x)) = x$  1
- $f\left(\frac{x}{4-x}\right) = 4 - \frac{4}{\frac{x}{4-x} + 1}$  1
- $4 - \frac{4}{\frac{x}{4-x} + 1} = 4 - \frac{16-4x}{x+4-x} = 4 - (4-x) = x$  (dus  $g$  is de inverse van  $f$ ) 2

of

- Punt  $(x, y)$  ligt op de grafiek van de inverse van  $f$  als  $x = 4 - \frac{4}{y+1}$  1
- Hieruit volgt  $\frac{4}{y+1} = 4 - x$  1
- Dus  $y = \frac{4}{4-x} - 1$  1
- Dit herleiden tot  $y = \frac{x}{4-x}$  (dus  $g$  is de inverse van  $f$ ) 1

| Vraag     | Antwoord   | Scores |
|-----------|--|--------|
| <b>11</b> | <b>maximumscore 6</b>  |        |
|           | <ul style="list-style-type: none"> <li>Omdat <math>f</math> en <math>g</math> elkaars inverse zijn, wordt het gebied door de lijn met vergelijking <math>y = x</math> in twee gelijke delen verdeeld</li> </ul>  | 1      |
|           | <ul style="list-style-type: none"> <li>De gevraagde oppervlakte is gelijk aan <math>2 \cdot \int_0^3 (f(x) - x) dx</math></li> </ul>   | 1      |
|           | <ul style="list-style-type: none"> <li>Een primitieve van <math>f(x) - x</math> (voor <math>x &gt; -1</math>) is <math>4x - 4\ln(x+1) - \frac{1}{2}x^2</math></li> </ul>   | 2      |
|           | <ul style="list-style-type: none"> <li>Elk van de twee delen heeft dus een oppervlakte van <math>\left[4x - 4\ln(x+1) - \frac{1}{2}x^2\right]_0^3 = 12 - 4\ln 4 - 4\frac{1}{2}</math></li> </ul>   | 1      |
|           | <ul style="list-style-type: none"> <li>De gevraagde oppervlakte is <math>15 - 8\ln 4</math></li> </ul>   | 1      |
|           | of   |        |
|           | <ul style="list-style-type: none"> <li>Het vierkant met diagonaal door <math>(0, 0)</math> en <math>(3, 3)</math> wordt door de grafieken van <math>f</math> en <math>g</math> in drie delen verdeeld, waarbij de oppervlakten van de niet-grijsgemaakte delen aan elkaar gelijk zijn</li> </ul> | 1      |
|           | <ul style="list-style-type: none"> <li>De gevraagde oppervlakte is <math>3 \cdot 3 - 2 \cdot \int_0^3 (3 - f(x)) dx</math></li> </ul>  | 1      |
|           | <ul style="list-style-type: none"> <li>Een primitieve van <math>3 - f(x)</math> (voor <math>x &gt; -1</math>) is <math>-x + 4\ln(x+1)</math></li> </ul>  | 2      |
|           | <ul style="list-style-type: none"> <li>Het linkerdeel heeft een oppervlakte van <math>[-x + 4\ln(x+1)]_0^3 = -3 + 4\ln 4</math></li> </ul>   | 1      |
|           | <ul style="list-style-type: none"> <li>De gevraagde oppervlakte is <math>9 - 2(-3 + 4\ln 4) = 15 - 8\ln 4</math></li> </ul>  | 1      |
|           | of   |        |
|           | <ul style="list-style-type: none"> <li>De gevraagde oppervlakte is gelijk aan <math>\int_0^3 f(x) dx - \int_0^3 g(x) dx</math></li> </ul>  | 1      |
|           | <ul style="list-style-type: none"> <li><math>g(x) = -1 + \frac{4}{4-x}</math></li> </ul>   | 2      |
|           | <ul style="list-style-type: none"> <li>Een primitieve van <math>4 - \frac{4}{x+1}</math> (voor <math>x &gt; -1</math>) is <math>4x - 4\ln(x+1)</math></li> </ul>   | 1      |
|           | <ul style="list-style-type: none"> <li>Een primitieve van <math>-1 + \frac{4}{4-x}</math> (voor <math>x &lt; 4</math>) is <math>-x - 4\ln(4-x)</math></li> </ul>   | 1      |
|           | <ul style="list-style-type: none"> <li>De gevraagde oppervlakte is <math>\left[4x - 4\ln(x+1)\right]_0^3 - \left[-x - 4\ln(4-x)\right]_0^3 = 12 - 4\ln 4 - (-3 + 4\ln 4) = 15 - 8\ln 4</math></li> </ul>   | 1      |