Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

De vergelijking van Antoine

1 maximumscore 4

- $\log 1 = 0$, dus $0 = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ — 1
- Dit geeft $\dfrac{1144}{T - 53{,}15} = 4{,}146$, dus $T - 53{,}15 = \dfrac{1144}{4{,}146}$ — 1
- Hieruit volgt $T = 53{,}15 + \dfrac{1144}{4{,}146}$ ($\approx 329{,}1$) — 1
- Het antwoord: 329 (kelvin) — 1

2 maximumscore 3

- Als T toeneemt, neemt $T - 53{,}15$ toe en (omdat $T > 53{,}15$) neemt $\dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ af — 1
- Dan neemt $4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ toe, dus $\log P$ neemt toe — 1
- Als $\log P$ toeneemt, neemt ook P toe (dus de functie is stijgend) — 1

3 maximumscore 3

- $P = 10^{4{,}146 - \frac{1144}{T - 53{,}15}}$ — 1
- Beschrijven hoe de waarde van $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}T}$ met de GR gevonden kan worden — 1
- De gevraagde waarde van $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}T}$ is 0,011 (bar/kelvin) — 1

of

- $P = 10^{4{,}146 - \frac{1144}{T - 53{,}15}}$ — 1
- $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}T} = 10^{4{,}146 - \frac{1144}{T - 53{,}15}} \cdot \ln 10 \cdot \dfrac{1144}{(T - 53{,}15)^2}$ — 1
- ($T = 293$ invullen geeft) het antwoord 0,011 (bar/kelvin) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

4 **maximumscore 4**

- $\log \dfrac{p}{750} = 4{,}146 - \dfrac{1144}{t + 273{,}15 - 53{,}15}$ 1
- Hieruit volgt $\log p - \log 750 = 4{,}146 - \dfrac{1144}{t + 273{,}15 - 53{,}15}$ 1
- $a = \log 750 + 4{,}146$ dus de gevraagde waarde van a is 7,02 1
- $b = 273{,}15 - 53{,}15$ dus de gevraagde waarde van b is 220 1

of

- $\log(750P) = a - \dfrac{1144}{T - 273{,}15 + b}$ 1
- $\log P = a - \log 750 - \dfrac{1144}{T - 273{,}15 + b}$ 1
- $a - \log 750 = 4{,}146$ dus de gevraagde waarde van a is 7,02 1
- $-273{,}15 + b = -53{,}15$ dus de gevraagde waarde van b is 220 1

Vierkanten

5 **maximumscore 4**

- De oppervlakte van $OETS$ is $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2$ (of $1 + 2\sin\alpha\cos\alpha$) 1
- $\sin\left(\frac{1}{6}\pi\right) = \frac{1}{2}$ en $\cos\left(\frac{1}{6}\pi\right) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ 1
- De oppervlakte van $OETS$ is $(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3})^2 = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{3}$ (of $1 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{3}$) 2

Vraag	**Antwoord**	**Scores**

6 **maximumscore 5**

- $\overrightarrow{GC} = \begin{pmatrix} -1-\sin\alpha \\ \sin\alpha+\cos\alpha-1 \end{pmatrix}$ 1
- Lijn GC heeft vectorvoorstelling $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin\alpha+\cos\alpha+1 \\ 1 \end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix} -1-\sin\alpha \\ \sin\alpha+\cos\alpha-1 \end{pmatrix}$ 1
- Snijden met de y-as geeft $\sin\alpha+\cos\alpha+1+t\cdot(-1-\sin\alpha)=0$ 1
- $t = \dfrac{\sin\alpha+\cos\alpha+1}{\sin\alpha+1}$ 1
- $OP = 1+t\cdot(\sin\alpha+\cos\alpha-1) = 1+\dfrac{(\sin\alpha+\cos\alpha+1)\cdot(\sin\alpha+\cos\alpha-1)}{\sin\alpha+1}$ 1

of

- Driehoek GCR is gelijkvormig met driehoek GPQ 1
- Hieruit volgt $\dfrac{PQ}{CR}=\dfrac{GQ}{GR}$ 1
- $GR=\sin\alpha+1,\ CR=\sin\alpha+\cos\alpha-1$ en $GQ=\sin\alpha+\cos\alpha+1$ 1
- Dit geeft $\dfrac{PQ}{\sin\alpha+\cos\alpha-1}=\dfrac{\sin\alpha+\cos\alpha+1}{\sin\alpha+1}$, ofwel $PQ=\dfrac{(\sin\alpha+\cos\alpha-1)(\sin\alpha+\cos\alpha+1)}{\sin\alpha+1}$ 1
- Dus $OP = 1+PQ = 1+\dfrac{(\sin\alpha+\cos\alpha+1)\cdot(\sin\alpha+\cos\alpha-1)}{\sin\alpha+1}$ 1

7 **maximumscore 4**

- $(\sin\alpha+\cos\alpha-1)(\sin\alpha+\cos\alpha+1)=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha-1$ 2
- $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ dus $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha-1=2\sin\alpha\cos\alpha$ 1
- $2\sin\alpha\cos\alpha=\sin(2\alpha)$ dus $OP=1+\dfrac{\sin(2\alpha)}{\sin\alpha+1}$ 1

8 **maximumscore 6**

- De hoogte van P is maximaal als OP maximaal is 1
- $\dfrac{\mathrm{d}OP}{\mathrm{d}\alpha}=\dfrac{2\cos(2\alpha)\cdot(\sin\alpha+1)-\sin(2\alpha)\cdot\cos\alpha}{(\sin\alpha+1)^2}$ 2
- Als OP maximaal is dan geldt $\dfrac{\mathrm{d}OP}{\mathrm{d}\alpha}=0$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden (voor $0<\alpha<\frac{1}{2}\pi$) 1
- De gevraagde waarde van α is 0,67 (rad) 1

Vraag	Antwoord	Scores

Halverwege

9 maximumscore 4

- Noem de x-coördinaat van P' p, dan is de x-coördinaat van P $2p$ — 1
- De y-coördinaten van P' en P zijn gelijk, ofwel $g(p) = f(2p)$ — 1
- Dit geeft $g(p) = \mathrm{e}^{2p}$ — 1
- Dus (omdat $\mathrm{e}^{2p} = (\mathrm{e}^2)^p$) $a = \mathrm{e}^2$ — 1

of

- De grafiek van g is het beeld van de grafiek van f na vermenigvuldiging ten opzichte van de y-as met factor $\frac{1}{2}$ — 2
- Dus $g(x) = \mathrm{e}^{2x}$ — 1
- Dus (omdat $\mathrm{e}^{2x} = (\mathrm{e}^2)^x$) $a = \mathrm{e}^2$ — 1

10 maximumscore 5

- De grafiek van h ontstaat door de grafiek van f eerst 1 omlaag te schuiven, dan te spiegelen in de lijn $y = x$ en daarna 1 omhoog te schuiven — 1
- De grafiek van f 1 omlaag schuiven geeft $y = \mathrm{e}^x - 1$ — 1
- Spiegelen van de grafiek van $y = \mathrm{e}^x - 1$ in de lijn $y = x$ geeft $x = \mathrm{e}^y - 1$ — 1
- $x = \mathrm{e}^y - 1$ geeft $y = \ln(x+1)$ — 1
- Dan 1 omhoog schuiven geeft $y = 1 + \ln(x+1)$ (dus $h(x) = 1 + \ln(x+1)$) — 1

of

- Het spiegelbeeld van de grafiek van f in de lijn $y = x$ is de grafiek van $k(x) = \ln x$ — 1
- De grafiek van h ontstaat door de grafiek van k 1 naar links en 1 naar boven te verschuiven — 2
- Dus $h(x) = 1 + \ln(x+1)$ — 2

of

- Het spiegelbeeld van de grafiek van f in de lijn $y = x$ is de grafiek van $k(x) = \ln x$ — 1
- Het spiegelbeeld van de grafiek van f in de lijn $y = x + 1$ is de grafiek van $h(x) = a + \ln(x+b)$ — 2
- De verticale asymptoot van de grafiek van h is $x = -1$, dus $b = 1$ — 1
- De grafiek van h gaat door $(0, 1)$, dus $a = 1$ (dus $h(x) = 1 + \ln(x+1)$) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Rakende cirkel

11 **maximumscore 5** **altijd toekennen ***

- Noem $PQ = x$. Dan geldt: ($AB = 2$ en $AP = QB$ dus) $AP = 1 - \frac{1}{2}x$ — 1
- Hieruit volgt $AQ = 1 + \frac{1}{2}x$ — 1
- De stelling van Pythagoras toepassen in driehoek AQR geeft $\left(1 + \frac{1}{2}x\right)^2 + x^2 = 2^2$ — 1
- Dit geeft $5x^2 + 4x - 12 = 0$ — 1
- Dan volgt $x = \frac{6}{5}$ ($x = -2$ vervalt) (en dus $PQ = \frac{6}{5}$) — 1

12 **maximumscore 6** **altijd toekennen ***

- In driehoek AMT, waarbij T de loodrechte projectie van M op AB is, geldt $AM = 2 - r$ en $MT = \frac{6}{5} + r$ — 2
- De stelling van Pythagoras toepassen in driehoek AMT geeft $(2 - r)^2 = 1^2 + (\frac{6}{5} + r)^2$ — 1
- $4 - 4r + r^2 = 1 + \frac{36}{25} + \frac{12}{5}r + r^2$ — 1
- Dit geeft $-\frac{32}{5}r = -\frac{39}{25}$ — 1
- Het antwoord: $r = \frac{39}{160}$ — 1

** Toelichting:*
De inhoud van deze vragen vertoont overeenkomst met de inhoud van vragen uit het voorbeeldmateriaal. Er is besloten om alle punten van deze vragen aan alle kandidaten toe te kennen omdat niet alle kandidaten op gelijke wijze van dit voorbeeldmateriaal gebruik hebben kunnen maken.

Vraag	Antwoord	Scores

Een eivorm

13 maximumscore 4

- Opgelost moet worden de vergelijking $87x - 3x^2 - 2x^3 = 0$ 1
- Dit geeft $x = 0$ of $87 - 3x - 2x^2 = 0$ 1
- Uit $87 - 3x - 2x^2 = 0$ volgt $x = \frac{3 \pm \sqrt{705}}{-4}$ 1
- Het antwoord 5,89 (cm) 1

14 maximumscore 4

- De inhoud is $\frac{1}{36}\pi \int_0^{5,9} (87x - 3x^2 - 2x^3)\mathrm{d}x$ 2
- Een primitieve van $87x - 3x^2 - 2x^3$ is $\frac{87}{2}x^2 - x^3 - \frac{1}{2}x^4$ 1
- De gevraagde inhoud is 61 (cm^3) 1

Opmerking
In plaats van 5,9 mag ook een nauwkeuriger waarde van de bovengrens, bijvoorbeeld 5,89, genomen zijn.

15 maximumscore 4

- Voor $0 \le t \le \pi$ geeft de parametervoorstelling de rechterhelft van een cirkel met middelpunt $(4, 0)$ en straal 2 (cm) 1

- Voor $\le \pi t \le 2\pi$ geeft de parametervoorstelling de linkerhelft van cirkel met middelpunt (4, 0) en straal 2 (cm) die horizontaal is uitgerekt met factor 2 ten opzichte van de lijn $x = 4$ 1

- De lengte van het ei is $2 + 4 = 6$ (cm) 1
- De breedte is 4 (cm) 1

Vraag	Antwoord	Scores

Driehoek bij een vierdegraadsfunctie

16 maximumscore 8

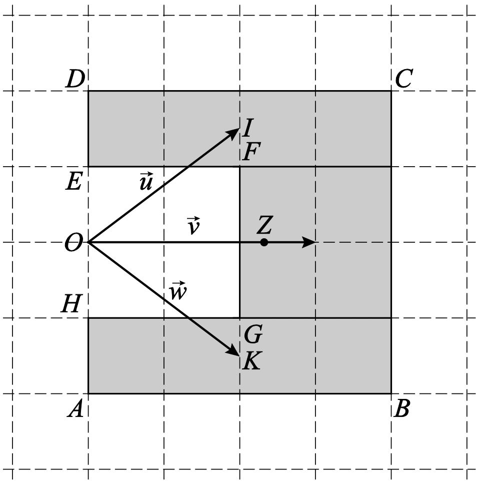
	• $f_p'(x) = 4x - 4px^3$	1
	• $4x - 4px^3 = 0$ geeft $x = 0$ of $x^2 = \frac{1}{p}$	1
	• Hieruit volgt $x_A = \sqrt{\frac{1}{p}}$	1
	• Dus $y_A = 2 \cdot \frac{1}{p} - p \cdot \frac{1}{p^2} = \frac{1}{p}$	1
	• $OA = AB$ als $x_A{}^2 + y_A{}^2 = (2x_A)^2$	1
	• $y_A{}^2 = 3\,x_A{}^2$ geeft $\left(\frac{1}{p}\right)^2 = 3\left(\sqrt{\frac{1}{p}}\right)^2$ (of: $x_A{}^2 + y_A{}^2 = (2x_A)^2$ geeft $\left(\sqrt{\frac{1}{p}}\right)^2 + \left(\frac{1}{p}\right)^2 = \left(2\sqrt{\frac{1}{p}}\right)^2$, dus $\frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} = 4 \cdot \frac{1}{p}$)	1
	• Dit herleiden tot $3p^2 = p$ (of een gelijkwaardige uitdrukking)	1
	• Het antwoord $p = \frac{1}{3}$	1
	of	
	• $f_p'(x) = 4x - 4px^3$	1
	• $4x - 4px^3 = 0$ geeft $x = 0$ of $x^2 = \frac{1}{p}$	1
	• Hieruit volgt $x_A = \sqrt{\frac{1}{p}}$	1
	• Dus $y_A = 2 \cdot \frac{1}{p} - p \cdot \frac{1}{p^2} = \frac{1}{p}$	1
	• Dus $\frac{y_A}{x_A} = \sqrt{\frac{1}{p}}$	1
	• Uit de symmetrie van de grafiek van f_p in de y-as volgt $OB = OA$, dus vanwege $OA = AB$ is driehoek OAB gelijkzijdig	1
	• Dus $\frac{y_A}{x_A} = \tan 60° = \sqrt{3}$	1
	• Het antwoord $p = \frac{1}{3}$	1

Vraag	Antwoord	Scores

Zwaartepunt

17 maximumscore 5

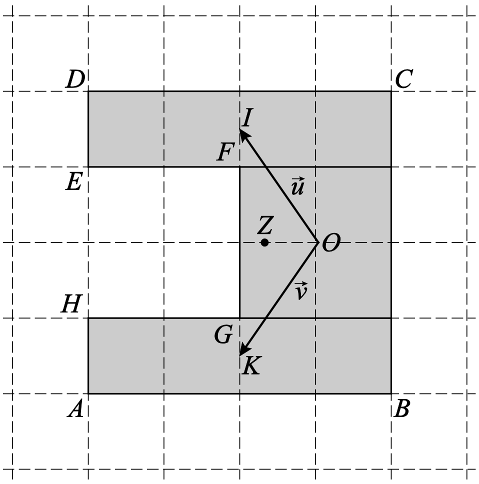
- Het verdelen van het gebied in drie rechthoeken met gelijke oppervlakte en in elk gebied de bijbehorende puntmassa aangeven 1
- Het tekenen van drie vectoren $\vec{u}$, $\vec{v}$ en $\vec{w}$ zoals bijvoorbeeld hieronder 1



- Voor elke vector is de wegingsfactor $\frac{1}{3}$ 1
- Het zwaartepunt is eindpunt van de vector $\frac{1}{3}\left(\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}\right)$ 1
- Het tekenen van het zwaartepunt Z 1

of

- Het verdelen van het gebied in twee rechthoeken met gelijke oppervlakte en in elk gebied de bijbehorende puntmassa aangeven 1
- Het tekenen van twee vectoren $\vec{u}$ en $\vec{v}$ zoals hieronder aangegeven 1

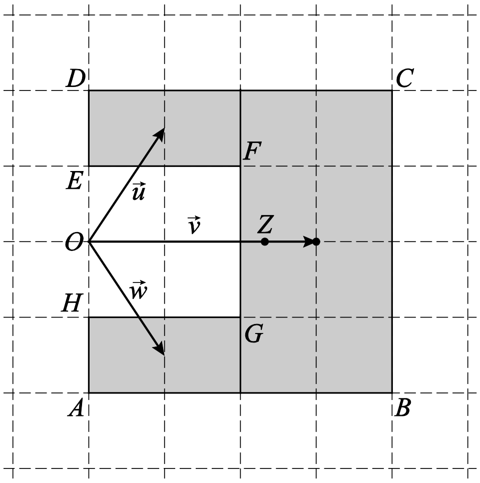


- Voor elke vector is de wegingsfactor $\frac{1}{3}$ 1
- Het zwaartepunt is eindpunt van de vector $\frac{1}{3}\left(\vec{u}+\vec{v}\right)$ 1
- Het tekenen van het zwaartepunt Z 1

Vraag	Antwoord	Scores

of

- Het verdelen van het gebied in drie rechthoeken met verschillende oppervlakte en in elk gebied de bijbehorende puntmassa aangeven 1
- Het tekenen van drie vectoren $\vec{u}$, $\vec{v}$ en $\vec{w}$, bijvoorbeeld zoals hieronder 1



- Omdat de oppervlaktes zich verhouden als 1 : 4 : 1 is het zwaartepunt eindpunt van de vector $\frac{1}{6}\vec{u}+\frac{4}{6}\vec{v}+\frac{1}{6}\vec{w}$ $(= \frac{1}{6}\vec{u}+\frac{2}{3}\vec{v}+\frac{1}{6}\vec{w})$ 2
- Het tekenen van het zwaartepunt Z 1

of

- Verdelen van het gebied in drie rechthoeken met verschillende oppervlakte en in elk gebied aangeven van de puntmassa, zoals bijvoorbeeld hierboven 1
- Kiezen van een oorsprong en geven van de kentallen van de drie vectoren van deze oorsprong tot de puntmassa's, bijvoorbeeld $\vec{u}=\begin{pmatrix}1\\ \frac{3}{2}\end{pmatrix}$, $\vec{v}=\begin{pmatrix}3\\ 0\end{pmatrix}$ en $\vec{w}=\begin{pmatrix}1\\ -\frac{3}{2}\end{pmatrix}$ 1
- Omdat de oppervlaktes zich verhouden als 1 : 4 : 1 is het zwaartepunt eindpunt van de vector $\frac{1}{6}\vec{u}+\frac{4}{6}\vec{v}+\frac{1}{6}\vec{w}=\frac{1}{6}\begin{pmatrix}1\\ \frac{3}{2}\end{pmatrix}+\frac{4}{6}\begin{pmatrix}3\\ 0\end{pmatrix}+\frac{1}{6}\begin{pmatrix}1\\ -\frac{3}{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\frac{1}{3}\\ 0\end{pmatrix}$ 2
- Het tekenen van het zwaartepunt Z 1