

Vraag

Scores

Een familie van gebroken functies

1 maximumscore 3

- $\frac{x}{1} + \frac{2}{x} - 3 = \frac{x}{3} + \frac{6}{x} - 3$ 1
- Een herleiding tot $\frac{2x}{3} = \frac{4}{x}$ 1
- Een herleiding tot $x^2 = 6$, dus $x = \sqrt{6}$ ($x = -\sqrt{6}$ voldoet niet op het gegeven domein) 1

2 maximumscore 5

- De oppervlakte is $-\int_1^2 \left(x + \frac{2}{x} - 3\right) dx$ 1
- Een primitieve van $x + \frac{2}{x} - 3$ (voor $x > 0$) is $\frac{1}{2}x^2 + 2\ln(x) - 3x$ 2
- De uitkomst van de integraal is $2\ln(2) - 1\frac{1}{2}$ 1
- De oppervlakte is $1\frac{1}{2} - 2\ln(2)$ 1

of

- De integraal $\int_1^2 \left(x + \frac{2}{x} - 3\right) dx$ 1
- Een primitieve van $x + \frac{2}{x} - 3$ (voor $x > 0$) is $\frac{1}{2}x^2 + 2\ln(x) - 3x$ 2
- De uitkomst van de integraal is $2\ln(2) - 1\frac{1}{2}$ 1
- De oppervlakte is $1\frac{1}{2} - 2\ln(2)$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

3 maximumscore 4

- $f_a'(x) = \frac{1}{a} - \frac{2a}{x^2}$ 1

- $f_a'(x) = 0$ geeft $x^2 = 2a^2$ 1

- De x -coördinaat van de top is $a\sqrt{2}$ ($-a\sqrt{2}$ voldoet niet op het gegeven domein) 1

- Voor de toppen geldt: $y = f_a(a\sqrt{2}) = \sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2}} - 3 (= 2\sqrt{2} - 3)$ (dus alle toppen hebben dezelfde y -coördinaat) 1

of

- $f_a'(x) = \frac{1}{a} - \frac{2a}{x^2}$ 1

- $f_a'(x) = 0$ geeft $x^2 = 2a^2$ 1

- Dit geeft $a = \frac{x}{\sqrt{2}}$ (of een vergelijkbare uitdrukking) ($a = -\frac{x}{\sqrt{2}}$ voldoet niet op het gegeven domein) 1

- Voor de toppen geldt: $y = f_{\frac{x}{\sqrt{2}}}(x) = \frac{x}{\frac{x}{\sqrt{2}}} + \frac{2 \cdot \frac{x}{\sqrt{2}}}{x} - 3 = 2\sqrt{2} - 3$ (dus alle toppen hebben dezelfde y -coördinaat) 1

of

- $f_a(x) = \frac{1}{a} \cdot x + \frac{2}{\frac{1}{a} \cdot x} - 3 = f_1\left(\frac{1}{a} \cdot x\right)$ 2

- De grafiek van f_a ontstaat dus uit die van f_1 door een vermenigvuldiging ten opzichte van de y -as met factor a 1

- Bij zo'n vermenigvuldiging verandert de y -coördinaat van een punt niet (dus alle toppen hebben dezelfde y -coördinaat) 1

Opmerking

Als op exacte wijze de y -coördinaat van de top van de grafiek van f_a voor slechts één of enkele waarden van a wordt berekend en daaruit wordt geconcludeerd dat alle toppen dezelfde y -coördinaat hebben, voor deze vraag hoogstens 1 scorepunt toekennen.