

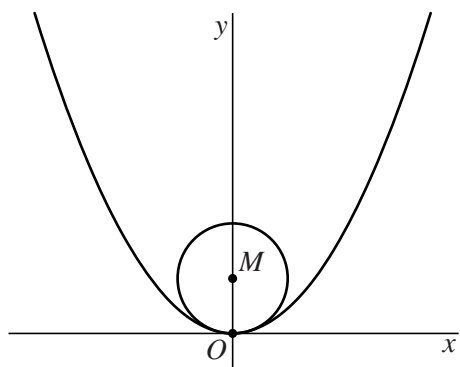
## Parabool en cirkel met variabele straal

Gegeven is de parabool met vergelijking  $y = x^2$  en een punt  $M(0, r)$  op de positieve  $y$ -as. We bekijken de cirkel met middelpunt  $M$  en straal  $r$ . Het punt  $O(0, 0)$  ligt op deze cirkel en op de gegeven parabool.

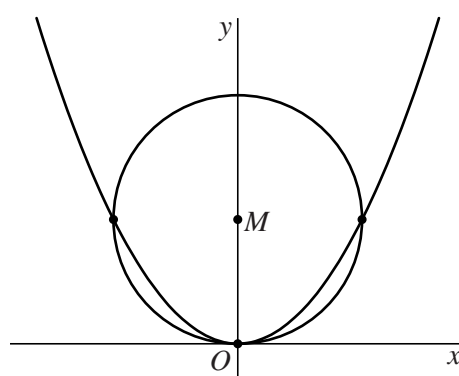
Afhankelijk van de waarde van  $r$  hebben de cirkel en de parabool één gemeenschappelijk punt of drie gemeenschappelijke punten.

In figuur 1 is de situatie met  $r = \frac{9}{20}$  getekend, waarbij er één gemeenschappelijk punt is. In figuur 2 is de situatie met  $r = 1$  getekend, met drie gemeenschappelijke punten.

figuur 1  $r = \frac{9}{20}$



figuur 2  $r = 1$



- 5p 16 Bereken exact voor welke waarden van  $r$  de cirkel en de parabool drie gemeenschappelijke punten hebben.

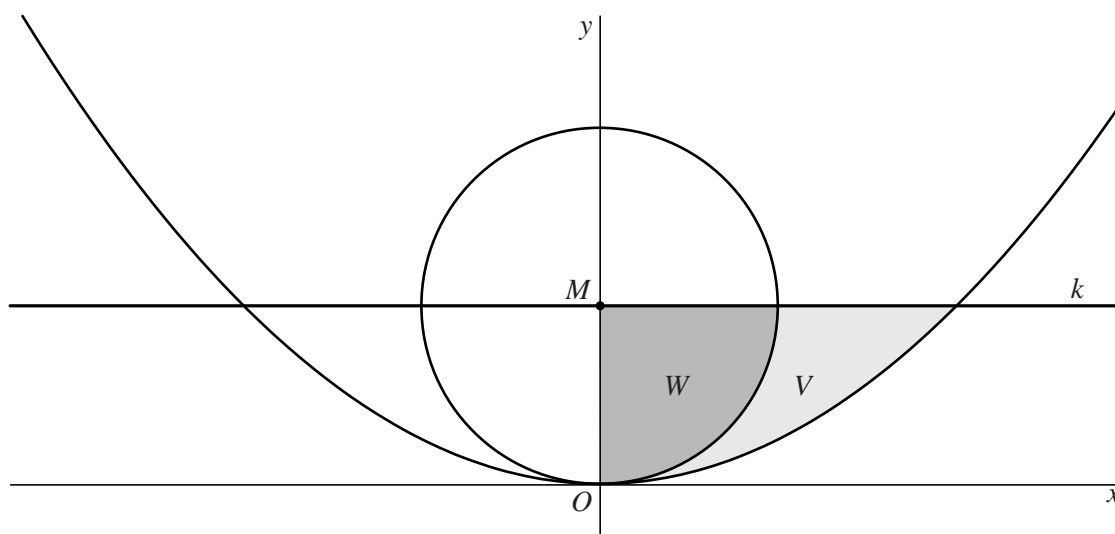
In de rest van deze opgave gaan we uit van de situatie waarin de cirkel en de parabool alleen punt  $O$  gemeenschappelijk hebben.

De lijn  $k$  gaat door  $M$  en is evenwijdig aan de  $x$ -as.

$V$  is het gebied rechts van de  $y$ -as dat wordt ingesloten door de cirkel, de parabool en lijn  $k$ . In figuur 3 is dit gebied lichtgrijs gemaakt.

$W$  is het gebied rechts van de  $y$ -as dat wordt ingesloten door de cirkel, de  $y$ -as en lijn  $k$ . In figuur 3 is dit gebied donkergrijs gemaakt.

**figuur 3**



Wanneer de cirkel wordt gewenteld om de  $y$ -as, ontstaat een bol met inhoud  $\frac{4}{3}\pi r^3$ .

De gebieden  $V$  en  $W$  worden gewenteld om de  $y$ -as.

Er is een waarde van  $r$  waarvoor de inhoud van de omwentelingslichamen van  $V$  en  $W$  aan elkaar gelijk zijn.

5p 17 Bereken exact deze waarde van  $r$ .