Vraag	Antwoord	Scores

Gebroken goniometrische functie

10 maximumscore 6

- De vergelijking $\dfrac{\cos(x)}{-\sin^2(x)}=\sqrt{2}$ moet worden opgelost — 1
- $\dfrac{\cos(x)}{\cos^2(x)-1}=\sqrt{2}$ — 1
- Hieruit volgt $\sqrt{2}\cdot\cos^2(x)-\cos(x)-\sqrt{2}=0$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking exact opgelost kan worden — 1
- Dit geeft $\cos(x)=-\frac{1}{2}\sqrt{2}$ ($\cos(x)=\sqrt{2}$ heeft geen oplossingen) — 1
- Hieruit volgt dat de x-coördinaten van A en B $\frac{3}{4}\pi$ en $\frac{5}{4}\pi$ zijn — 1

11 maximumscore 6

- De teller en de noemer moeten (voor dezelfde waarde van x) gelijk zijn aan 0 — 1
- De teller is 0 als $x=\frac{1}{2}\pi+k\cdot\pi$ — 1
- Voor al deze waarden van x geldt: $\sin^2(x)=1$ — 1
- (Voor al deze waarden van x geldt:) de noemer is 0 als $p=1$ — 1
- $f_1(x)=\dfrac{\cos(x)}{1-\sin^2(x)}=\dfrac{\cos(x)}{\cos^2(x)}=\dfrac{1}{\cos(x)}$ — 1
- $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}\pi} f_1(x)$ (en de limiet voor de andere waarden van x) bestaat niet, dus de grafiek van f_1 heeft geen perforatie (dus er is geen waarde van p waarvoor de grafiek van f_p een perforatie heeft) — 1

of

- De teller en de noemer moeten (voor dezelfde waarde van x) gelijk zijn aan 0 — 1
- De teller is 0 als $x=\frac{1}{2}\pi+k\cdot\pi$ — 1
- Voor al deze waarden van x geldt: $\sin^2(x)=1$ — 1
- (Voor al deze waarden van x geldt:) de noemer is 0 als $p=1$ — 1
- De onderbouwde constatering dat de grafiek van f_1 bij $x=\frac{1}{2}\pi$ (en voor de andere waarden van x) een verticale asymptoot heeft — 1
- Dus de grafiek van f_1 heeft geen perforatie (dus er is geen waarde van p waarvoor de grafiek van f_p een perforatie heeft) — 1

of

Vraag	Antwoord	Scores

- De teller en de noemer moeten (voor dezelfde waarde van x) gelijk zijn aan 0 — 1
- De noemer is 0 als $\sin^2(x) = p$; dan geldt $\cos^2(x) = 1 - p$, dus $\cos(x) = \pm\sqrt{1-p}$ — 1
- De teller is voor zo'n waarde van x gelijk aan 0 als $p = 1$ — 1
- $f_1(x) = \dfrac{\cos(x)}{1-\sin^2(x)} = \dfrac{\cos(x)}{\cos^2(x)} = \dfrac{1}{\cos(x)}$ — 1
- $\cos(x) = 0$ als $x = \frac{1}{2}\pi + k \cdot \pi$ — 1
- $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}\pi} f_1(x)$ (en de limiet voor de andere waarden van x) bestaat niet, dus de grafiek van f_1 heeft geen perforatie (dus er is geen waarde van p waarvoor de grafiek van f_p een perforatie heeft) — 1

Opmerking
Als de kandidaat de functies f_p *niet op hun hele domein beschouwt en bij het oplossen van* $\cos(x) = 0$ *bijvoorbeeld alleen de oplossing* $x = \frac{1}{2}\pi$ *gebruikt, voor deze vraag hoogstens 5 scorepunten toekennen.*

Vraag	Antwoord	Scores

12 **maximumscore 4**

- De punten zijn $P\left(0, \frac{1}{p}\right)$, $Q\left(\pi, -\frac{1}{p}\right)$ en $R\left(2\pi, \frac{1}{p}\right)$ 1
- De richtingscoëfficiënt van PQ is $-\dfrac{2}{p\pi}$ en van QR $\dfrac{2}{p\pi}$ 1
- PQ en QR staan loodrecht op elkaar als $-\dfrac{2}{p\pi} \cdot \dfrac{2}{p\pi} = -\dfrac{4}{p^2\pi^2} = -1$ 1
- Hieruit volgt $p = -\dfrac{2}{\pi}$ of $p = \dfrac{2}{\pi}$ 1

of

- De punten zijn $P\left(0, \frac{1}{p}\right)$, $Q\left(\pi, -\frac{1}{p}\right)$ en $R\left(2\pi, \frac{1}{p}\right)$ 1
- $\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} \pi \\ -\frac{2}{p} \end{pmatrix}$ en $\overrightarrow{QR} = \begin{pmatrix} \pi \\ \frac{2}{p} \end{pmatrix}$ 1
- $\overrightarrow{PQ}$ en $\overrightarrow{QR}$ staan loodrecht op elkaar als $\begin{pmatrix} \pi \\ -\frac{2}{p} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \pi \\ \frac{2}{p} \end{pmatrix} = \pi^2 - \dfrac{4}{p^2} = 0$ 1
- Hieruit volgt $p = -\dfrac{2}{\pi}$ of $p = \dfrac{2}{\pi}$ 1

of

- De punten zijn $P\left(0, \frac{1}{p}\right)$, $Q\left(\pi, -\frac{1}{p}\right)$ en $R\left(2\pi, \frac{1}{p}\right)$ 1
- Omdat driehoek PQR symmetrisch is ten opzichte van de verticale lijn door Q en $x_Q - x_P = \pi$, staan PQ en QR loodrecht op elkaar als ook $\left|y_P - y_Q\right| = \pi$ 1
- Dus als $\left(\left|\frac{1}{p} - -\frac{1}{p}\right| =\right)$ $\left|\frac{2}{p}\right| = \pi$ 1
- Hieruit volgt $p = -\dfrac{2}{\pi}$ of $p = \dfrac{2}{\pi}$ 1

of

- De punten zijn $P\left(0, \frac{1}{p}\right)$, $Q\left(\pi, -\frac{1}{p}\right)$ en $R\left(2\pi, \frac{1}{p}\right)$ 1
- De lengte van PQ en van QR is $\sqrt{\pi^2 + \left(\frac{2}{p}\right)^2}$ (of het kwadraat is $\pi^2 + \left(\frac{2}{p}\right)^2$) 1
- PQ en QR staan loodrecht op elkaar als $\pi^2 + \left(\frac{2}{p}\right)^2 + \pi^2 + \left(\frac{2}{p}\right)^2 = (2\pi)^2$, dus als $\pi^2 = \dfrac{4}{p^2}$ 1
- Hieruit volgt $p = -\dfrac{2}{\pi}$ of $p = \dfrac{2}{\pi}$ 1