Vraag	Antwoord	Scores

Lijn door de toppen

3 maximumscore 4

- $f_a'(x)=0$ geeft $\mathrm{e}^{ax}(1+ax)=0$ 1
- ($\mathrm{e}^{ax}\neq 0$) dus $1+ax=0$, dus (voor de x-coördinaat van de top geldt) $x=-\frac{1}{a}$ 1
- Voor de y-coördinaat van de top geldt $y=f_a\left(-\frac{1}{a}\right)=-\frac{1}{a}\cdot\mathrm{e}^{-1}$ 1
- Dit is gelijk aan $\frac{1}{\mathrm{e}}\cdot-\frac{1}{a}$ (dus de top ligt op lijn l) 1

of

- $f_a'(x)=0$ geeft $\mathrm{e}^{ax}(1+ax)=0$ 1
- ($\mathrm{e}^{ax}\neq 0$) dus $1+ax=0$, dus (voor de x-coördinaat van de top geldt) $x=-\frac{1}{a}$ 1
- Uit $x=-\frac{1}{a}$ volgt $a=-\frac{1}{x}$ 1
- Invullen in f_a geeft $y=x\mathrm{e}^{-\frac{1}{x}\cdot x}=\frac{1}{\mathrm{e}}x$ (dus de top ligt op lijn l) 1

of

- $f_a(x)=\frac{1}{\mathrm{e}}x$ geeft $\mathrm{e}^{ax}=\frac{1}{\mathrm{e}}$ ($x=0$ voldoet niet) 1
- Dus $ax=-1$, dus $x=-\frac{1}{a}$ 1
- $f_a'\left(-\frac{1}{a}\right)=\mathrm{e}^{a\cdot-\frac{1}{a}}+a\cdot-\frac{1}{a}\mathrm{e}^{a\cdot-\frac{1}{a}}$ 1
- Dit is gelijk aan $\mathrm{e}^{-1}-\mathrm{e}^{-1}=0$ (dus de top ligt op lijn l) 1

4 maximumscore 3

- (Er moet gelden: $F_a'(x)=f_a(x)$;) de afgeleide van e^{ax} is $\mathrm{e}^{ax}\cdot a$ 1
- De afgeleide van $\frac{1}{a^2}\mathrm{e}^{ax}$ is $\frac{1}{a^2}\mathrm{e}^{ax}\cdot a=\frac{1}{a}\mathrm{e}^{ax}$ 1
- Toepassen van de productregel geeft $F_a'(x)=\frac{1}{a}\mathrm{e}^{ax}+\frac{1}{a}x\cdot a\mathrm{e}^{ax}-\frac{1}{a}\mathrm{e}^{ax}=x\mathrm{e}^{ax}$ $(=f_a(x))$ 1

Opmerking
Als een kandidaat bij het differentiëren de kettingregel beide keren niet of niet correct heeft toegepast, dan geen scorepunten toekennen voor het eerste en tweede antwoordelement.

Vraag	Antwoord	Scores

5 **maximumscore 5**

- $xe^x = \frac{1}{e}x$ geeft $x = 0$ of $e^x = e^{-1}$, dus $x = 0$ of $x = -1$ 1
- De gevraagde oppervlakte is gelijk aan $\int_{-1}^{0} \left(\frac{1}{e}x - xe^x\right) dx$ 1
- Een primitieve van $\frac{1}{e}x$ is $\frac{1}{2e}x^2$ 1
- Een primitieve van $\frac{1}{e}x - xe^x$ is $\frac{1}{2e}x^2 - xe^x + e^x$ 1
- De oppervlakte is gelijk aan $1 - \frac{1}{2e} - \frac{2}{e}$ $(= 1 - \frac{5}{2e})$ 1

of

- $xe^x = \frac{1}{e}x$ geeft $x = 0$ of $e^x = e^{-1}$, dus $x = 0$ of $x = -1$ 1
- De gevraagde oppervlakte is gelijk aan het verschil van $-\int_{-1}^{0} xe^x dx$ en de oppervlakte van driehoek OPQ met P het snijpunt van l en de grafiek van f_1 en Q de loodrechte projectie van P op de x-as 1
- ($f_1(-1) = -\frac{1}{e}$, dus) de gevraagde oppervlakte is gelijk aan $-\int_{-1}^{0} xe^x dx - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{e}$ 1
- Een primitieve van xe^x is $xe^x - e^x$, dus de gevraagde oppervlakte is gelijk aan $-\left[xe^x - e^x\right]_{-1}^{0} - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{e}$ 1
- De oppervlakte is gelijk aan $1 - \frac{2}{e} - \frac{1}{2e}$ $(= 1 - \frac{5}{2e})$ 1