

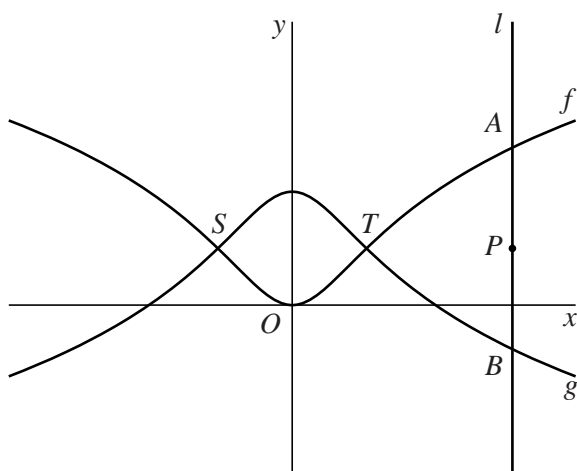
### Getransformeerde grafiek

De functies  $f$  en  $g$  worden gegeven door:

$$f(x) = \ln(x^2 + 1) \text{ en } g(x) = \ln\left(\frac{e^2}{x^2 + 1}\right)$$

De grafieken van  $f$  en  $g$  staan in figuur 1. Ze snijden elkaar in de punten  $S$  en  $T$ .

**figuur 1**



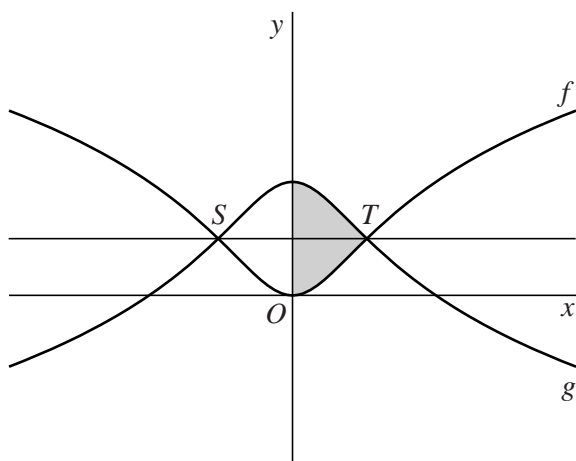
Lijn  $l$  met vergelijking  $x = p$  snijdt de grafiek van  $f$  in punt  $A$  en de grafiek van  $g$  in punt  $B$ . Het punt op lijn  $l$  met  $y$ -coördinaat 1 noemen we  $P$ . In figuur 1 is de situatie weergegeven waarbij  $l$  rechts van  $T$  ligt.

3p **10** Bewijs dat in deze situatie  $AP = BP$ .

Ook voor waarden van  $p$  waarvoor  $l$  niet rechts van  $T$  ligt, geldt dat  $AP = BP$ . Hieruit volgt dat de grafieken van  $f$  en  $g$  elkaars gespiegelde zijn in de lijn met vergelijking  $y = 1$ . Deze lijn is getekend in figuur 2.

In figuur 2 is het gebied rechts van de  $y$ -as dat wordt ingesloten door de grafieken van  $f$  en  $g$  en de  $y$ -as, grijsgemaakt.

**figuur 2**

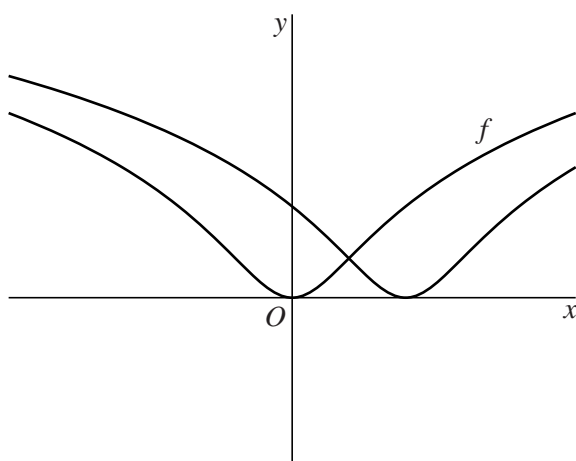


Dit gebied wordt gewenteld om de  $y$ -as.

- 5p 11 Bereken exact de inhoud van het omwentelingslichaam.

De grafiek van  $f$  wordt 2 naar rechts verschoven. In figuur 3 staan de grafiek van  $f$  en de verschoven grafiek.

**figuur 3**



Het lijkt of deze grafieken elkaar loodrecht snijden. Dit is zo als in het snijpunt van de grafieken het product van de richtingscoëfficiënten van de raaklijnen aan deze grafieken gelijk is aan  $-1$ .

- 8p 12 Bewijs dat ze elkaar loodrecht snijden.