

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Parabolen met gemeenschappelijke raaklijn

1 maximumscore 4

- $f_p(0) = p^2 + 2p = 0$ 1
- $p(p+2) = 0$ geeft $p = 0$ of $p = -2$ 1
- $p = 0$ geeft $f_0(x) = x^2$ met top $(0, 0)$ 1
- $p = -2$ geeft $f_{-2}(x) = (x+2)^2 - 4$ met top $(-2, -4)$ 1

2 maximumscore 4

- Het punt $(p+1; 2p+1)$ ligt op k want $2p+1 = 2(p+1) - 1$ 1
- Het punt $(p+1; 2p+1)$ ligt op de grafiek van f_p want
 $f_p(p+1) = 2p+1$ 1
- $f'_p(x) = 2(x-p)$ 1
- $f'_p(p+1) = 2$ en dit is ook de richtingscoëfficiënt van k
(dus $(p+1; 2p+1)$ is het raakpunt) 1

of

- Voor het gemeenschappelijke punt geldt $(x-p)^2 + 2p = 2x - 1$ 1
- Uitwerken geeft $x^2 - (2p+2)x + p^2 + 2p + 1 = 0$ 1
- De discriminant van deze vergelijking is
 $(-(2p+2))^2 - 4(p^2 + 2p + 1) = 0$ (dus het gemeenschappelijke punt is
een raakpunt) 1
- $x = \frac{2p+2}{2} = p+1$ en $y = 2(p+1) - 1 = 2p+1$
(dus $(p+1; 2p+1)$ is het raakpunt) 1

of

- $f'_p(x) = 2(x-p)$ 1
- $f'_p(x) = 2$ geeft $x = p+1$ 1
- $x = p+1$ invullen in de vergelijking van k geeft $y = 2p+1$ 1
- Ook $f_p(p+1) = 2p+1$ (dus $(p+1; 2p+1)$ is het raakpunt) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

3 maximumscore 5

- De x -coördinaten van Q en R_p zijn 1 en $p+1$ 1
- Het gemiddelde van de x -coördinaten van Q en R_p is $\frac{1+p+1}{2}$
 $(= \frac{1}{2}p+1)$ 1
- $f_0(\frac{1}{2}p+1) = (\frac{1}{2}p+1)^2 = \frac{1}{4}p^2 + p+1$ 1
- $f_p(\frac{1}{2}p+1) = (-\frac{1}{2}p+1)^2 + 2p = \frac{1}{4}p^2 - p+1+2p$ 1
- $f_0(\frac{1}{2}p+1) = f_p(\frac{1}{2}p+1)$ (dus de x -coördinaat van S_p is het gemiddelde van de x -coördinaten van Q en R_p) 1

of

- De x -coördinaten van Q en R_p zijn 1 en $p+1$ 1
- Het gemiddelde van de x -coördinaten van Q en R_p is $\frac{1+p+1}{2}$
 $(= \frac{1}{2}p+1)$ 1
- Voor de x -coördinaat van S_p geldt $(x-p)^2 + 2p = x^2$ 1
- $x^2 - 2px + p^2 + 2p = x^2$ geeft $2px = p^2 + 2p$ 1
- Hieruit volgt $x = \frac{1}{2}p+1$ (dus de x -coördinaat van S_p is het gemiddelde van de x -coördinaten van Q en R_p) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

4 maximumscore 6

- De raakpunten liggen bij $x=1$ en $x=5$ 1
- De x -coördinaat van S_4 is (het gemiddelde van 1 en 5, dus) 3 1
- De oppervlakte van V is $\int_1^3 f_0(x) dx + \int_3^5 f_4(x) dx - \int_1^5 (2x-1) dx$ 1
- Een primitieve van f_0 is $\frac{1}{3}x^3$ en een primitieve van f_4 is $\frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 24x$ 1
- Een primitieve van $2x-1$ is $x^2 - x$ 1
- De oppervlakte van V is $(8\frac{2}{3} + 16\frac{2}{3} - 20 =) 5\frac{1}{3}$ 1

of

- De raakpunten liggen bij $x=1$ en $x=5$ 1
- De x -coördinaat van S_4 is (het gemiddelde van 1 en 5, dus) 3 1
- De oppervlakte van V is $\int_1^3 (f_0(x) - (2x-1)) dx + \int_3^5 (f_4(x) - (2x-1)) dx$ 1
- $f_0(x) - (2x-1) = x^2 - 2x + 1$ en $f_4(x) - (2x-1) = x^2 - 10x + 25$ 1
- Een primitieve van $x^2 - 2x + 1$ is $\frac{1}{3}x^3 - x^2 + x$ en een primitieve van $x^2 - 10x + 25$ is $\frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 25x$ 1
- De oppervlakte van V is $(2\frac{2}{3} + 2\frac{2}{3} =) 5\frac{1}{3}$ 1

of

- De raakpunten liggen bij $x=1$ en $x=5$ 1
- De x -coördinaat van S_4 is (het gemiddelde van 1 en 5, dus) 3 1
- De oppervlakte van V is $\int_1^3 f_0(x) dx + \int_3^5 f_4(x) dx$ verminderd met de oppervlakte van de rechthoek en driehoek onder de raaklijn 1
- Een primitieve van f_0 is $\frac{1}{3}x^3$ en een primitieve van f_4 is $\frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 24x$ 1
- De oppervlakte van de rechthoek en de driehoek samen is $4 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 = 20$ 1
- De oppervlakte van V is $(8\frac{2}{3} + 16\frac{2}{3} - 20 =) 5\frac{1}{3}$ 1