Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

De vergelijking van Antoine

1 maximumscore 4

- $\log 1 = 0$, dus $0 = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ 1
- Dit geeft $\dfrac{1144}{T - 53{,}15} = 4{,}146$, dus $T - 53{,}15 = \dfrac{1144}{4{,}146}$ 1
- Hieruit volgt $T = 53{,}15 + \dfrac{1144}{4{,}146}$ $(\approx 329{,}1)$ 1
- Het antwoord 329 (kelvin) 1

2 maximumscore 3

- Als T toeneemt, neemt $T - 53{,}15$ toe en (omdat $T > 53{,}15$) neemt $\dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ af 1
- Dan neemt $4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ toe, dus $\log P$ neemt toe 1
- Als $\log P$ toeneemt, neemt ook P toe (dus de functie is stijgend) 1

3 maximumscore 3

- $P = 10^{4{,}146 - \frac{1144}{T - 53{,}15}}$ 1
- Beschrijven hoe de waarde van $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}T}$ met de GR gevonden kan worden 1
- De gevraagde waarde van $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}T}$ is 0,011 (bar/kelvin) 1

of

- $P = 10^{4{,}146 - \frac{1144}{T - 53{,}15}}$ 1
- $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}T} = 10^{4{,}146 - \frac{1144}{T - 53{,}15}} \cdot \ln 10 \cdot \dfrac{1144}{(T - 53{,}15)^2}$ 1
- ($T = 293$ invullen geeft) het antwoord 0,011 (bar/kelvin) 1

Vraag	Antwoord	Scores

4 **maximumscore 4**

- $\log \frac{p}{750} = 4{,}146 - \frac{1144}{t + 273{,}15 - 53{,}15}$ 1
- Hieruit volgt $\log p - \log 750 = 4{,}146 - \frac{1144}{t + 273{,}15 - 53{,}15}$ 1
- $a = \log 750 + 4{,}146$ dus de gevraagde waarde van a is 7,02 1
- $b = 273{,}15 - 53{,}15$ dus de gevraagde waarde van b is 220 1

of

- $\log(750P) = a - \frac{1144}{T - 273{,}15 + b}$ 1
- $\log P = a - \log 750 - \frac{1144}{T - 273{,}15 + b}$ 1
- $a - \log 750 = 4{,}146$ dus de gevraagde waarde van a is 7,02 1
- $-273{,}15 + b = -53{,}15$ dus de gevraagde waarde van b is 220 1

Vraag	Antwoord	Scores

Vierkanten

5 maximumscore 4

- De oppervlakte van $OETS$ is $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2$ (of $1+2\sin\alpha\cos\alpha$) 1
- $\sin\left(\frac{1}{6}\pi\right)=\frac{1}{2}$ en $\cos\left(\frac{1}{6}\pi\right)=\frac{1}{2}\sqrt{3}$ 1
- De oppervlakte van $OETS$ is $(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{3})^2=1+\frac{1}{2}\sqrt{3}$ (of $1+2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\sqrt{3}=1+\frac{1}{2}\sqrt{3}$) 2

6 maximumscore 5

- Uit de gelijkvormigheid volgt $\frac{PQ}{CR}=\frac{GQ}{GR}$ 1
- $GR(=x_G-x_C)=\sin\alpha+1$ (of: $GR=CT+GH=\sin\alpha+1$) 1
- $CR(=y_C-y_G)=\sin\alpha+\cos\alpha-1$ (of: $CR=HT=BE+BT-EH=\sin\alpha+\cos\alpha-1$) 1
- $GQ(=x_G)=\sin\alpha+\cos\alpha+1$ (of: $GQ=OF=OA+AE+EF=\sin\alpha+\cos\alpha+1$) 1
- Dit invullen in $\frac{PQ}{CR}=\frac{GQ}{GR}$ en vervolgens vermenigvuldigen met $\sin\alpha+\cos\alpha-1$ geeft de gevraagde formule 1

7 maximumscore 4

- $(\sin\alpha+\cos\alpha-1)(\sin\alpha+\cos\alpha+1)=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha-1$ 2
- $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ dus $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha-1=2\sin\alpha\cos\alpha$ 1
- $2\sin\alpha\cos\alpha=\sin(2\alpha)$ dus $PQ=\frac{\sin(2\alpha)}{\sin\alpha+1}$ 1

8 maximumscore 6

- De hoogte van P is maximaal als PQ maximaal is 1
- $\frac{\mathrm{d}PQ}{\mathrm{d}\alpha}=\frac{2\cos(2\alpha)\cdot(\sin\alpha+1)-\sin(2\alpha)\cdot\cos\alpha}{(\sin\alpha+1)^2}$ 2
- Als PQ maximaal is dan geldt $\frac{\mathrm{d}PQ}{\mathrm{d}\alpha}=0$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden (voor $0<\alpha<\frac{1}{2}\pi$) 1
- De gevraagde waarde van α is 0,67 (rad) 1

Vraag	Antwoord	Scores

Vanuit een stomphoekige driehoek

9 maximumscore 4

- $\angle BCD = \angle BAD = 60°$; *constante hoek* — 1
- $\angle CBD = \angle CAD = 60°$; *constante hoek* (of: $\angle BDC = 180° - \angle BAC$; *koordenvierhoek*, dus $\angle BDC = 180° - 120° = 60°$) — 1
- De resterende hoek van driehoek BCD is $180° - 60° - 60° = 60°$; *hoekensom driehoek* — 1
- Dus driehoek BCD is gelijkzijdig (; *gelijkzijdige driehoek*) — 1

10 maximumscore 5

- $EC = AC$ en $CB = CD$; *gelijkzijdige driehoeken* — 1
- $\angle ECB = 60° + \angle ACB = \angle ACD$ — 1
- Dus $\Delta CEB \cong \Delta CAD$; *ZHZ* — 1
- Hieruit volgt $AD = EB$ — 1
- Dus $AD = (EB =) EA + AB = AC + AB$ — 1

Opmerking
Als de congruentie van de driehoeken CEB en CAD is 'bewezen' met behulp van 'ZZH', maximaal 3 scorepunten voor deze vraag toekennen, want ZZH staat niet bij de verwijzingen naar definities en stellingen die bij een bewijs mogen worden gebruikt zonder nadere toelichting.

Vraag	Antwoord	Scores

Een eivorm

11 maximumscore 4

- Opgelost moet worden de vergelijking $87x-3x^2-2x^3=0$ — 1
- Dit geeft $x=0$ of $87-3x-2x^2=0$ — 1
- Uit $87-3x-2x^2=0$ volgt $x=\dfrac{3\pm\sqrt{705}}{-4}$ — 1
- Het antwoord 5,89 (cm) — 1

12 maximumscore 4

- De inhoud is $\frac{1}{36}\pi\int_0^{5,9}(87x-3x^2-2x^3)\mathrm{d}x$ — 2
- Een primitieve van $87x-3x^2-2x^3$ is $\frac{87}{2}x^2-x^3-\frac{1}{2}x^4$ — 1
- De gevraagde inhoud is 61 (cm^3) — 1

Opmerking
In plaats van 5,9 mag ook een nauwkeuriger waarde van de bovengrens, bijvoorbeeld 5,89, genomen zijn.

13 maximumscore 4

- Er geldt $f(x)=f(4,3)$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden — 1
- $x\approx 2,3$ — 1
- Het antwoord 3,6 (cm) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Driehoek bij een vierdegraadsfunctie

14 maximumscore 8

- $f_p'(x) = 4x - 4px^3$ — 1
- $4x - 4px^3 = 0$ geeft $x = 0$ of $x^2 = \frac{1}{p}$ — 1
- Hieruit volgt $x_A = \sqrt{\frac{1}{p}}$ — 1
- Dus $y_A = 2 \cdot \frac{1}{p} - p \cdot \frac{1}{p^2} = \frac{1}{p}$ — 1
- $OA = AB$ als $x_A{}^2 + y_A{}^2 = (2x_A)^2$ — 1
- $y_A{}^2 = 3\,x_A{}^2$ geeft $\left(\frac{1}{p}\right)^2 = 3\left(\sqrt{\frac{1}{p}}\right)^2$

  (of: $x_A{}^2 + y_A{}^2 = (2x_A)^2$ geeft $\left(\sqrt{\frac{1}{p}}\right)^2 + \left(\frac{1}{p}\right)^2 = \left(2\sqrt{\frac{1}{p}}\right)^2$, dus $\frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} = 4 \cdot \frac{1}{p}$) — 1
- Dit herleiden tot $3p^2 = p$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1
- Het antwoord $p = \frac{1}{3}$ — 1

of

- $f_p'(x) = 4x - 4px^3$ — 1
- $4x - 4px^3 = 0$ geeft $x = 0$ of $x^2 = \frac{1}{p}$ — 1
- Hieruit volgt $x_A = \sqrt{\frac{1}{p}}$ — 1
- Dus $y_A = 2 \cdot \frac{1}{p} - p \cdot \frac{1}{p^2} = \frac{1}{p}$ — 1
- Dus $\frac{y_A}{x_A} = \sqrt{\frac{1}{p}}$ — 1
- Uit de symmetrie van de grafiek van f_p in de y-as volgt $OB = OA$, dus vanwege $OA = AB$ is driehoek OAB gelijkzijdig — 1
- Dus $\frac{y_A}{x_A} = \tan 60° = \sqrt{3}$ — 1
- Het antwoord $p = \frac{1}{3}$ — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Nulpunten, extremen en buigpunten

15 maximumscore 3

- $f'(x) = 2x \cdot \mathrm{e}^x + (x^2+1) \cdot \mathrm{e}^x$ — 1
- $2x \cdot \mathrm{e}^x + (x^2+1) \cdot \mathrm{e}^x = (x^2+2x+1) \cdot \mathrm{e}^x$ — 1
- $(x^2+2x+1) \cdot \mathrm{e}^x = (x+1)^2 \cdot \mathrm{e}^x$ — 1

16 maximumscore 4

- $x^2+1>0$ en $\mathrm{e}^x>0$ voor alle x, dus $f(x)>0$ voor alle x (dus f heeft geen nulpunten) — 1
- $f'(x)=0$ geeft $x=-1$ — 1
- Laten zien (bijvoorbeeld met behulp van getallenvoorbeelden) dat $f'(x)>0$ voor $x<-1$ en voor $x>-1$ — 1
- Dan volgt: f is zowel links als rechts van $x=-1$ stijgend, dus f heeft geen extremen — 1

of

- $x^2+1>0$ en $\mathrm{e}^x>0$ voor alle x, dus $f(x)>0$ voor alle x (dus f heeft geen nulpunten) — 1
- $f'(x)$ heeft alleen een nulpunt voor $x=-1$ — 1
- Dit is een dubbel nulpunt — 1
- $f'(x)$ wisselt niet van teken, dus f heeft geen extremen — 1

of

- $x^2+1>0$ en $\mathrm{e}^x>0$ voor alle x, dus $f(x)>0$ voor alle x (dus f heeft geen nulpunten) — 1
- Voor alle x geldt $(x+1)^2 \geq 0$ en $\mathrm{e}^x>0$, dus $f'(x) \geq 0$ — 2
- $f'(x)$ wisselt niet van teken, dus f heeft geen extremen — 1

17 maximumscore 4

- $f''(x) = 2(x+1) \cdot \mathrm{e}^x + (x+1)^2 \cdot \mathrm{e}^x$ — 1
- Uit $f''(x)=0$ volgt $x^2+4x+3=0$ — 1
- Dit geeft $(x+3)(x+1)=0$ — 1
- De x-coördinaten van de buigpunten zijn –1 en –3 — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Brandpunt gezocht

18 maximumscore 3

- $MR = MF$ (; *cirkel*), dus M ligt op de parabool met brandpunt F en richtlijn k (; *parabool*) 2
- $NS = NF$ (; *cirkel*), dus N ligt ook op de parabool met brandpunt F en richtlijn k (; *parabool*) 1

Opmerking
Als de kandidaat alleen bewijst dat punt N op de parabool ligt, hiervoor maximaal 2 scorepunten toekennen.

19 maximumscore 3

- N moet liggen op de lijn evenwijdig aan k op een afstand van 4 cm (aan dezelfde kant als M en rechts van M) 1
- Voor de plaats van N moet bovendien gelden $MN = 4 + 2 = 6$ cm (dus N ligt op de cirkel met middelpunt M en straal 6 cm) 1
- Tekenen van punt N (rechts van M) 1