Een vuurpijl met tegenwind

18. De maximale hoogte bereikt de vuurpijl in het eerste deel van de baan, OA. Je moet dus de top berekenen van de formule $y = 2x - 100 + 4 \cdot \sqrt{625 - 10x}$. Omdat je weet dat bij de top de afgeleide gelijk is aan 0 ga je eerst y differentiëren. Je moet opletten dat je de kettingregel gebruikt.

$$\begin{aligned} y &= 2x - 100 + 4 \cdot \sqrt{u} \text{ met } u = 625 - 10x \\ y' &= 2 + \frac{4}{2\sqrt{u}} \cdot u' \text{ en } u' = -10 \\ y' &= 2 + \frac{2}{\sqrt{625 - 10x}} \cdot -10 \\ y' &= 2 - \frac{20}{\sqrt{625 - 10x}} \end{aligned}$$

In de top is de afgeleide gelijk aan 0, dus:

$$\begin{aligned} 0 &= 2 - \frac{20}{\sqrt{625 - 10x}} \\ \frac{20}{\sqrt{625 - 10x}} &= 2 \\ 10 &= \sqrt{625 - 10x} \\ 100 &= 625 - 10x \\ 10x &= 525 \\ x &= 52.5 \end{aligned}$$

Dit vul je vervolgens in in $y = 2x - 100 + 4 \cdot \sqrt{625 - 10x}$ om de y-waarde op de top te vinden:

$$\begin{aligned} y &= 2 \cdot 52.5 - 100 + 4 \cdot \sqrt{625 - 10 \cdot 52.5} \\ y &= 45 \end{aligned}$$

19. De vuurpijl raakt de grond in het tweede deel van de baan, AB. Je moet dus de waarde van x vinden waarvoor $y = 2x - 100 - 4 \cdot \sqrt{625 - 10x}$ gelijk is aan 0.

$$\begin{aligned} 2x - 100 - 4 \cdot \sqrt{625 - 10x} &= 0 \\ 2x - 100 &= 4 \cdot \sqrt{625 - 10x} \\ (2x - 100)^2 &= 16(625 - 10x) \\ 4x^2 - 400x + 10000 &= 10000 - 160x \\ 4x^2 - 240x &= 0 \\ 4x(x - 60) &= 0 \\ 4x = 0 &\bigvee x - 60 = 0 \\ x = 0 &\bigvee x = 60 \end{aligned}$$

Dat de vuurpijl bij $x = 0$ de grond raakte wist je al, toen werd hij namelijk afgeschoten. De vuurpijl komt op de grond terug bij het tweede antwoord, $x = 60$.