Een gemeenschappelijke raaklijn

13. Volgens het antwoordmodel moet je de formule afleiden door de richtingscoëfficiënt van y te bepalen, en vervolgens de formule zo te krijgen dat $y = f(x)$ in het punt p. Ik vind dit echter nodeloos ingewikkeld. Je hoeft die formule helemaal niet af te leiden, je hoeft alleen maar aan te tonen dat deze formule klopt, dus als je weet aan te tonen dat zowel $f(x) = y$ en $f'(x) = y'$ in het punt p, ben je klaar. Eerst vul je gewoon $x = p$ in in beide formules:

$$f(p) = \ln(p)$$
$$y = \frac{1}{p}p + \ln(p) - 1$$
$$y = \ln(p)$$

In punt p zijn de y-waarden dus gelijk. Nu moet je nog aantonen dat de afgeleiden gelijk zijn.

$$f'(x) = \frac{1}{x}$$
$$f'(p) = \frac{1}{p}$$
$$y' = \frac{1}{p}$$

De afgeleiden zijn dus in punt p ook gelijk. $y = \frac{1}{p}x + \ln(p) - 1$ is dus een raaklijn van $f(x)$ in punt p en is dus een formule voor k.

14. Je substitueert $p = e^{-q}$ in de formule $e^q(1-q) = \ln(p) - 1$.

$$e^q(1-q) = \ln(e^{-q}) - 1$$
$$e^q(1-q) = -q - 1$$
$$e^q = \frac{-q-1}{1-q}$$
$$e^q = \frac{-(q+1)}{-(q-1)}$$
$$e^q = \frac{q+1}{q-1}$$

15. Eerst moet je q zien te vinden uit de vergelijking $e^q = \frac{q+1}{q-1}$. Dit kan niet algebraïsch, dus je moet op je rekenmachine de grafieken $y_1 = e^q$ en $y_2 = \frac{q+1}{q-1}$ plotten. Vervolgens laat je de rekenmachine het snijpunt vinden. Dit blijken er twee te zijn: $q = -1.543$ en $q = 1.543$. Nu geven beide waarden voor q een raaklijn als je ze gebruikt om p uit te rekenen en vervolgens p in de formule $y = \frac{1}{p}x + \ln(p) - 1$ in te vullen. Er staat echter in de opgave dat voor raaklijn k geldt dat $q < 0$, dus de oplossing $q = 1.543$ valt weg. De overgebleven waarde voor q gebruik je om p uit te rekenen.

$$p = e^{-q}$$
$$p = e^{1.543}$$
$$p = 0.21$$