Een buiteling

7. Eerst moet je wat nieuwe punten een naam geven. De projectie van R op OE noem je R' en de projectie van P op $R'R$ noem je P'. Er gelden dan de volgende dingen:

$$OR' = \cos(t)$$

Nu moet je bewijzen dat $\angle PRP' = t$. Nu zie je dit misschien zo ook wel, maar je moet het wel bewijzen. Als je dat niet doet, loop je 2 punten mis.

$$\angle PRP' = \frac{1}{2}\pi - \angle R'RO$$
$$\angle R'RO = \frac{1}{2}\pi - t$$

Dit vul je in in de vorige vergelijking:

$$\angle PRP' = \frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\pi + t$$
$$\angle PRP' = t$$

Nu je dit hebt bewezen kun je $P'P$ uitdrukken in t:

$$P'P = t \cdot \sin(t)$$

Nu kun je een formule voor $x(t)$ opstellen:

$$x(t) = OR' + P'P$$
$$x(t) = \cos(t) + t \cdot \sin(t)$$

8. Eerst bereken je de afgeleiden van $x(t)$ en $y(t)$. Let er wel op dat je de productregel toepast. Als je dat vergeet kan je maximaal nog maar 1 punt scoren voor de vraag.

$$x(t) = \cos(t) + t \cdot \sin(t)$$
$$x'(t) = -\sin(t) + 1 \cdot \sin(t) + t \cdot \cos(t)$$
$$x'(t) = t \cdot \cos(t)$$
$$y(t) = \sin(t) - t \cdot \cos(t)$$
$$y'(t) = \cos(t) - 1 \cdot \cos(t) - t \cdot -\sin(t)$$
$$y'(t) = t \cdot \sin(t)$$

Deze afgeleiden vul je in in de formule $v(t) = \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2}$:

$$v(t) = \sqrt{(t \cdot \cos(t))^2 + (t \cdot \sin(t))^2}$$
$$v(t) = \sqrt{t^2 \cdot \cos^2(t) + t^2 \cdot \sin^2(t)}$$
$$v(t) = \sqrt{t^2 \cdot \left(\cos^2(t) + \sin^2(t)\right)}$$
$$v(t) = \sqrt{t^2 \cdot 1}$$
$$v(t) = t$$

9. Ik noem de baanlengte in deze uitwerking l.

$$l = \int_0^\pi v(t) \mathrm{d}t$$
$$l = \int_0^\pi t \ \mathrm{d}t$$
$$l = \left[\frac{1}{2}t^2\right]_0^\pi$$
$$l = \frac{1}{2}\pi^2 - \frac{1}{2} \cdot 0^2$$
$$l = \frac{1}{2}\pi^2$$