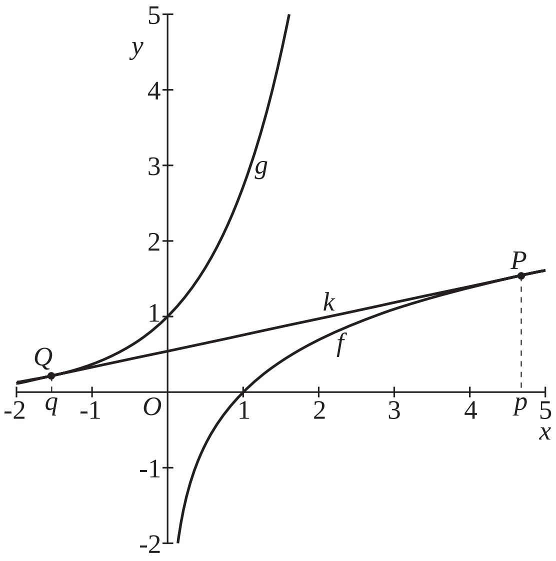
Een gemeenschappelijke raaklijn

De functies *f* en *g* zijn gegeven door $f(x) = \ln(x)$ en $g(x) = e^x$. In figuur 1 zijn de grafieken van beide functies getekend. De lijn *k* is een gemeenschappelijke raaklijn aan de grafieken van *f* en *g*. Het punt waarin *k* de grafiek van *f* raakt, noemen we $P(p, \ln(p))$, met $p > 0$. Het punt waarin *k* de grafiek van *g* raakt, noemen we $Q(q, e^q)$, met $q < 0$.

figuur 1



Omdat *k* raaklijn is in punt *P* aan de grafiek van *f*, is $y = \frac{1}{p}x + \ln(p) - 1$ een formule voor *k*.

3p **13** Toon dit aan.

Omdat *k* raaklijn is in punt *Q* aan de grafiek van *g*, is ook $y = e^q x + e^q(1-q)$ een formule voor *k*.

Uit de twee formules voor *k* kunnen we twee verbanden tussen *p* en *q* afleiden:
$e^q = \dfrac{1}{p}$ (oftewel $p = e^{-q}$) en $e^q(1-q) = \ln(p) - 1$.

Uit deze twee verbanden volgt dat *q* voldoet aan de vergelijking $e^q = \dfrac{q+1}{q-1}$.

3p **14** Toon aan dat deze laatste vergelijking volgt uit de twee genoemde verbanden tussen *p* en *q*.

4p **15** Bereken in twee decimalen nauwkeurig de richtingscoëfficiënt van de gemeenschappelijke raaklijn *k*.