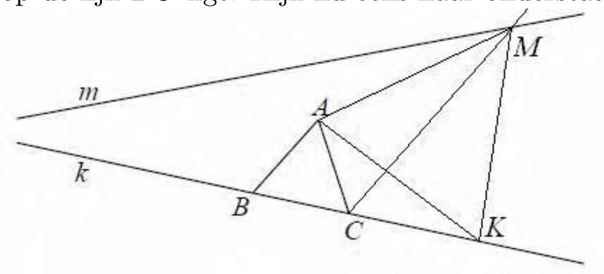
3 Gelijkzijdige driehoeken

6. Vanwege een gestrekte hoek geldt dat $\angle ACD = 180° - \angle ACB$. Omdat driehoek $\triangle ABC$ gelijkzijdig is zijn alle hoeken van deze driehoek 60°. $\angle ACB$ is dus 60°. Oftewel, $\angle ACD = 180° - 60° = 120°$. Nu ga je kijken naar $\angle ACD + \angle AED$. $\angle ACD = 120°$, en in de opgave staat dat $\angle AED = 60°$. Er geldt dus $\angle ACD + \angle AED = 120° + 60° = 180°$. Vanwege de omgekeerde koordenvierhoekstelling geldt nu dat $ACDE$ een koordenvierhoek is, want twee tegenoverliggende hoeken in $ACDE$ zijn samen 180°.

7. Omdat $ACDE$ een koordenvierhoek is, kun je een cirkel door A, C, D en E trekken. Dan geldt vanwege de stelling van de constante hoek dat $\angle ADE = \angle ACE$, en vanwege z-hoeken geldt $\angle ACE = \angle BAC$, en $\angle BAC = 60°$, want in een gelijkzijdige driehoek zijn alle hoeken 60°. Er geldt dus $\angle ADE = \angle ACE = \angle BAC = 60°$. In driehoek $\triangle ADE$ zijn twee hoeken gelijk aan 60°, dus is de derde vanwege de hoekensom gelijk aan $180° - 60° - 60° = 60°$. Dus, alle hoeken in driehoek $\triangle ADE$ zijn gelijk aan 60°, dus driehoek $\triangle ADE$ is gelijkzijdig.

8. Hier weet je misschien niet meteen hoe je moet beginnen. In zo'n geval moet je altijd goed naar de rest van de opgave kijken. Bij vraag 7 had je vraag 6 nodig, dus misschien heb je nu ook wel iets aan de vorige vragen. Als je goed kijkt, zie je dat figuur 1 en figuur 3 wel enigszins op elkaar lijken. Je hebt een gelijkzijdige driehoek, die op een lijn ligt. Je ziet ook dat je, als je de lijn door C evenwijdig aan AB trekt, en een willekeurig punt op die lijn pakt, een gelijkzijdige driehoek kunt maken waarvan het laatste punt op de lijn BC ligt. Kijk nu eens naar onderstaande afbeelding.

   Je ziet dat er een lijn door C evenwijdig aan AB is getrokken. Nu moet je een willekeurig punt op de lijn pakken. Als je naar figuur 1 kijkt, zie je dat het punt dat je kiest een hoekpunt van de gelijkzijdige driehoek die je kunt maken zal worden. Aangezien een van de hoekpunten op de lijn m moet liggen, lijkt het snijpunt van de lijn die je net getekend hebt met lijn m wel een handige keus. Noem dit punt M. Om de driehoek af te maken, moet je nog een punt K kiezen. Dit punt moet op k liggen. Volgens figuur 1 moet je dit zo doen zodat $\angle KMA = 60°$. Je hebt in vraag 7 bewezen dat de driehoek $\triangle AKM$ die je nu op deze manier hebt getekend gelijkzijdig is.