

■ Periodieke rijen

Een rij u_0, u_1, u_2, \dots noemen we periodiek met periode p als p het kleinste positieve gehele getal is waarbij voor alle waarden van n geldt dat $u_{n+p} = u_n$.

Een voorbeeld van een periodieke rij met periode 4 is de rij 1, 5, 16, 12, 1, 5, 16, 12, 1, 5, 16, 12,

Gegeven is een rij u_0, u_1, u_2, \dots waarvoor geldt:

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_1 = 7 \\ u_{n+2} = \frac{5}{u_n \cdot u_{n+1}} \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

5p **17** □ Bereken u_{2005} .

We nemen in de bovengenoemde rij in plaats van 3 en 7 de startwaarden a en b . Dus $u_0 = a$ en $u_1 = b$.

4p **18** □ Bereken exact voor welke waarde van a en welke waarde van b de rij periode 1 heeft.

We kiezen weer $u_0 = 3$ en $u_1 = 7$.

We definiëren een bij de rij u_0, u_1, u_2, \dots horende productrij P_0, P_1, P_2, \dots als volgt:

$$\begin{cases} P_0 = u_0 \\ P_1 = u_0 \cdot u_1 \\ P_2 = u_0 \cdot u_1 \cdot u_2 \\ \dots \\ P_n = u_0 \cdot u_1 \cdot \dots \cdot u_n \quad (n = 3, 4, 5, \dots) \end{cases}$$

4p **19** □ Toon aan dat $P_{3k+1} = 21 \cdot 5^k$, voor elke positieve gehele waarde van k .