

## Ingesloten

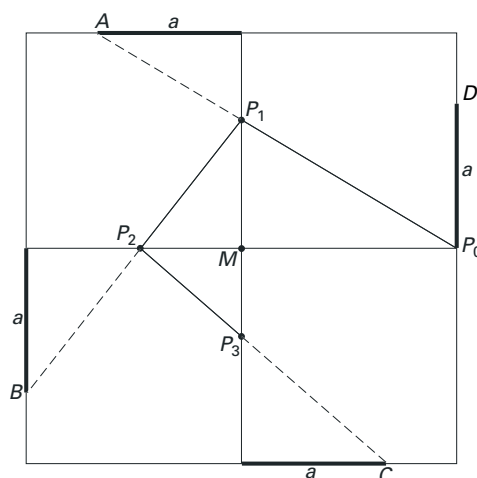
In figuur 8 is een vierkant getekend met middelpunt  $M$  en zijden 2. In het vierkant zijn de horizontale en verticale symmetrieassen getekend. Op afstand  $a$  van de middens van de zijden liggen de punten  $A$ ,  $B$ ,  $C$  en  $D$ . Hierbij is  $0 < a \leq 1$ .

We gaan een rij punten op de symmetrieassen construeren.

- Als startpunt  $P_0$  kiezen we het midden van de rechterzijde
- $P_0A$  snijdt een as in  $P_1$
- $P_1B$  snijdt een as in  $P_2$
- $P_2C$  snijdt een as in  $P_3$
- $P_3D$  snijdt een as in  $P_4$
- enzovoort.

In figuur 8 zijn de eerste drie stappen (dus tot en met punt  $P_3$ ) uitgevoerd. Bij elke stap ontstaan twee gelijkvormige driehoeken.

figuur 8



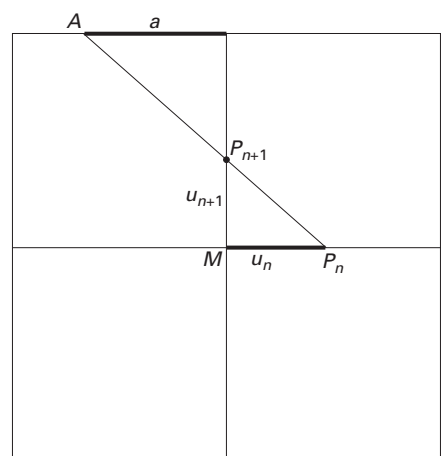
De lengte van  $MP_n$  noemen we  $u_n$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ). Dus  $u_0 = MP_0 = 1$ .

Neem  $a = 1$ . Dan liggen de punten  $A$ ,  $B$ ,  $C$  en  $D$  op de hoekpunten van het vierkant.

- 5p 14 □ Bereken voor dit geval  $u_1$ ,  $u_2$  en  $u_3$ .

We kiezen nu voor  $a$  een getal tussen 0 en 1. In figuur 9 zie je hoe uit  $u_n$  de volgende term  $u_{n+1}$  wordt gevonden. Figuur 9 staat ook op de uitwerkbijlage.

figuur 9



- 5p 15 □ Toon aan dat de volgende recursieve

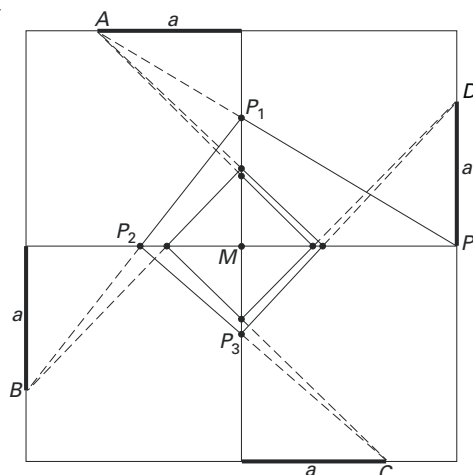
betrekking geldt: 
$$u_{n+1} = \frac{u_n}{u_n + a}.$$

We kiezen nu  $a = \frac{2}{3}$ .

Het proces wordt eendeloos herhaald. Er is een vierkant rond  $M$  dat steeds nauwer wordt ingesloten. Zie figuur 10.

- 5p 16 □ Bereken de oppervlakte van dit vierkant exact. Licht je antwoord toe met een berekening.

figuur 10



**Uitwerkbijlage bij vraag 15**

vraag 15

