



## Zomertarwe

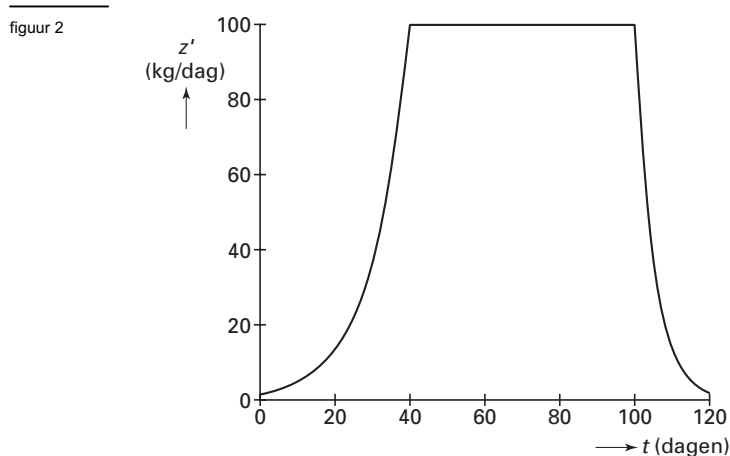
Een akker wordt op 1 april ingezaaid met zomertarwe. De tarwe wordt geoogst op 30 juli. In de 120 dagen tussen zaaien en oogsten groeien de planten niet steeds even hard. Aanvankelijk groeien de planten steeds sneller. Als de planten groter worden gaan ze elkaar meer hinderen, waardoor de groeisnelheid nagenoeg constant wordt. Tegen het einde van het groeiseizoen gaan de tarweplanten steeds langzamer groeien.

Het gewicht van de tarweplanten in kilogrammen noemen we  $z$ . De tijd in dagen noemen we  $t$ ;  $t = 0$  op 1 april,  $t = 120$  op 30 juli.

$z'(t)$  is de snelheid waarmee  $z$  groeit op tijdstip  $t$  (in kg/dag). Biologen hanteren voor de drie groeifasen wel het volgende model:

- fase 1: exponentiële groei voor  $0 \leq t < 40$  geldt:  $z'(t) = 100 \cdot e^{0,1(t-40)}$
- fase 2: lineaire groei voor  $40 \leq t < 100$  geldt:  $z'(t) = 100$
- fase 3: tanende groei voor  $100 \leq t < 120$  geldt:  $z'(t) = 100 \cdot e^{-0,2(t-100)}$

In figuur 2 staat de grafiek van  $z'$ .



Bij elk tijdstip  $t_1$  in fase 1 is er een tijdstip  $t_3$  in fase 3 waarop de tarweplanten even snel groeien als op  $t_1$ .

- 4p **6**  Bereken  $t_3$  exact als  $t_1 = 18$ .

De hoeveelheid zaaigoed is 30 kg. Dus  $z(0) = 30$ .

Er zijn getallen  $a$  en  $b$ , zo dat voor fase 1 geldt:  $z(t) = a \cdot e^{0,1(t-40)} + b$

- 4p **7**  Bereken  $a$  en  $b$ . Rond de waarde van  $b$  af op twee decimalen.

Op elk tijdstip  $t$  is het gewicht te bepalen met  $z(t) = z(0) + \int_0^t z'(s) ds$

Er geldt:  $z(100) \approx 7011,68$ .

- 6p **8**  Toon dit aan.
- 3p **9**  Bereken het gewicht van de tarweplanten op 30 juli.

## Conflict tussen twee punten en een lijn

Gegeven zijn een lijn  $k$  en twee punten  $A$  en  $B$  op gelijke afstand van  $k$  en aan dezelfde kant van  $k$ . Zie figuur 3. Deze figuur staat ook twee keer op de bijlage.

figuur 3



We verdelen het vlak waar  $A$ ,  $B$  en  $k$  in liggen volgens het naaste-buur-principe. De grenslijnen van deze verdeling zijn conflictlijnen.

Het punt  $D$  is het 'drielandenpunt', dat is het punt op gelijke afstand van  $A$ ,  $B$  en  $k$ .

4p **10**  Teken in de figuur op de bijlage het drielandenpunt  $D$ . Licht je werkwijze toe.

4p **11**  Teken in de figuur op de bijlage de conflictlijnen. Licht je werkwijze toe.

## Osteoporose

Osteoporose of botontkalking is een kwaal die vooral bij oudere mensen optreedt en verergert naarmate men ouder wordt. Bij het ouder worden maakt het lichaam minder bot aan dan er afgebroken wordt. Het gevolg is dat botten poreuzer worden en de kans op botbreuk dus toeneemt.

In deze opgave beperken we ons tot de risicogroep, personen van 55 jaar en ouder.

Onderzoek wijst uit dat 1 op de 4 vrouwen aan osteoporose lijdt.

Bij mannen is dat 1 op de 12.

Bij een controle op osteoporose onder 100 aselect gekozen vrouwen wordt bij een aantal vrouwen osteoporose geconstateerd.

3p **12**  Bereken de kans dat dit aantal 30 is.

Bij een controle onder vijf aselect gekozen mannen en vijf aselect gekozen vrouwen wordt bij een aantal van hen osteoporose geconstateerd.

7p **13**  Bereken de kans dat dit aantal 2 is.

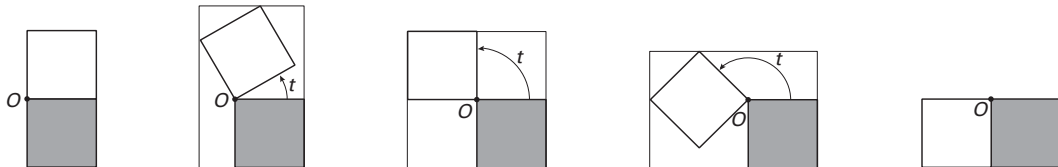
In 1998 bestond in Nederland de risicogroep voor 55,6% uit vrouwen.

4p **14**  Bereken hoeveel procent van de osteoporose-patiënten uit de risicogroep vrouw was.

## ■ Twee scharnierende vierkanten

Twee vierkanten, beide met zijde 1, hebben het hoekpunt  $O$  gemeenschappelijk. Het onderste vierkant ligt vast. Het bovenste vierkant wordt om  $O$  gedraaid;  $t$  is de draaihoek in radialen. In figuur 4 zijn tussen de begin- en eindstand drie tussenstanden getekend. Om de twee vierkanten is steeds een zo klein mogelijke rechthoek getekend, met twee zijden langs het vaste vierkant.

figuur 4

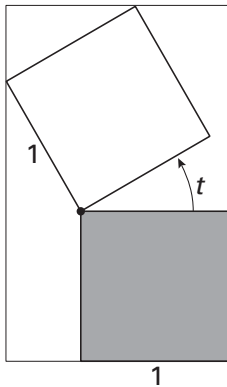


De oppervlakte  $R$  van de omhullende rechthoek is een functie van de draaihoek  $t$ .

Voor elke waarde van  $t$  tussen  $0$  en  $\frac{1}{2}\pi$  geldt:  $R(t) = (1 + \sin t)(1 + \sin t + \cos t)$ .

In figuur 5 en op de bijlage is de situatie getekend voor een waarde van  $t$  tussen  $0$  en  $\frac{1}{2}\pi$ .

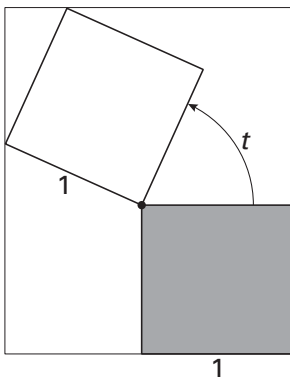
figuur 5



4p **15** □ Toon de juistheid van de formule aan voor elke waarde van  $t$  tussen  $0$  en  $\frac{1}{2}\pi$ .

Er zijn tussen de begin- en de eindstand twee posities van de vierkanten waarvoor  $R(t)$  maximaal is. In figuur 6 en op de bijlage is één van die posities getekend.

figuur 6



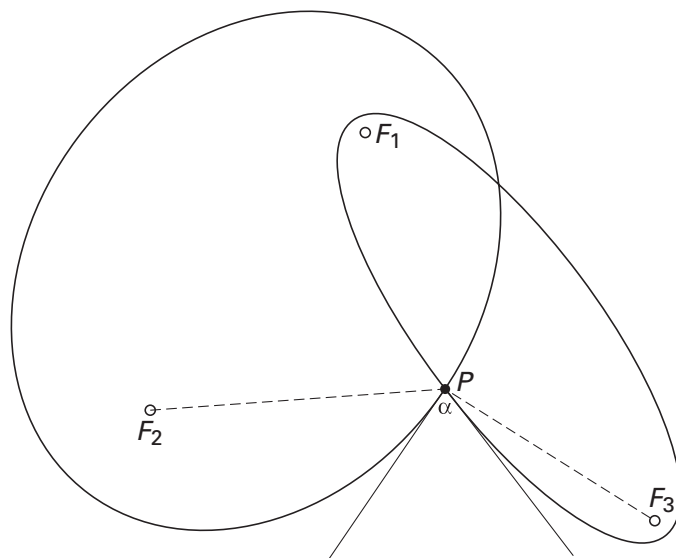
4p **16** □ Teken in de figuur op de bijlage de andere positie van de vierkantjes waarvoor  $R(t)$  maximaal is. Licht je werkwijze toe.

3p **17** □ Toon met behulp van differentiëren aan dat  $R'(0) = 3$ .

## ■ Twee ellipsen met een gemeenschappelijk brandpunt

Twee ellipsen hebben het brandpunt  $F_1$  gemeenschappelijk; de andere twee brandpunten zijn  $F_2$  en  $F_3$ . De ellipsen snijden elkaar in een punt  $P$ . Zie figuur 7. Deze figuur staat ook op de bijlage.

figuur 7



De raaklijnen in  $P$  aan de twee ellipsen maken vier hoeken met elkaar. De hoek tussen de twee halve raaklijnen die geheel buiten de ellipsen liggen, noemen we  $\alpha$ .

6p **18** □ Bewijs dat geldt:  $\angle F_2PF_3 = 2\alpha$ .

## ■ Constante booglengte

Twee cirkels  $c_1$  en  $c_2$  snijden elkaar in de punten  $A$  en  $B$ .

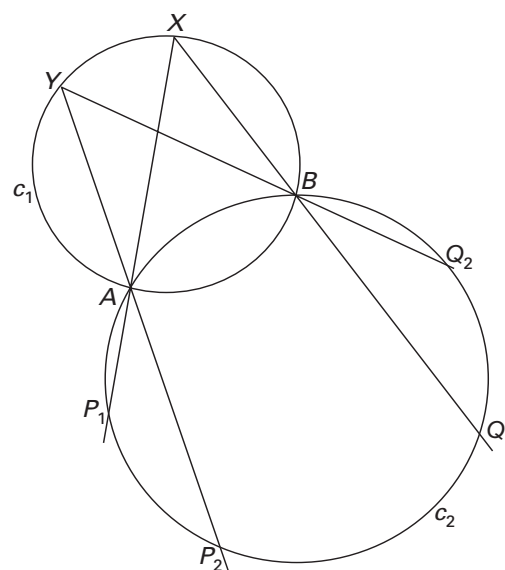
$A$  en  $B$  verdelen  $c_1$  in twee bogen: de ene boog ligt binnen  $c_2$ , de andere boog ligt buiten  $c_2$ .

Op de boog van  $c_1$  buiten  $c_2$  liggen de punten  $X$  en  $Y$ . De lijnen  $AX$  en  $BX$  snijden  $c_2$  nog in de punten  $P_1$  en  $Q_1$ . De lijnen  $AY$  en  $BY$  snijden  $c_2$  nog in de punten  $P_2$  en  $Q_2$ .

Zie figuur 8. Deze figuur staat ook op de bijlage.

6p **19** □ Bewijs dat de bogen  $P_1Q_1$  en  $P_2Q_2$  even groot zijn.

figuur 8



# Eindexamen wiskunde B1-2 vwo 2003-I

havovwo.nl

---

**Bijlage bij de vragen 10, 11, 15, 16, 18 en 19**

**Vraag 10**

$A \cdot$

$\cdot B$

---

$k$

**Vraag 11**

$A \cdot$

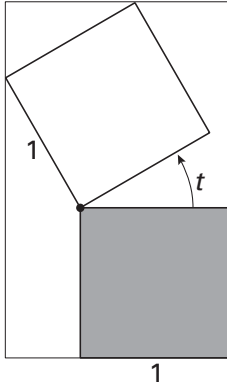
$\cdot B$

---

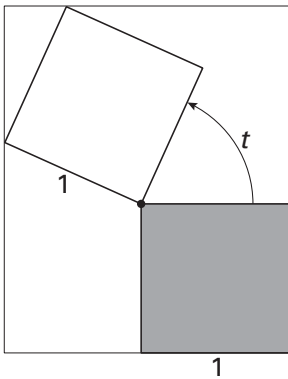
$k$

**Bijlage bij de vragen 10, 11, 15, 16, 18 en 19**

**Vraag 15**

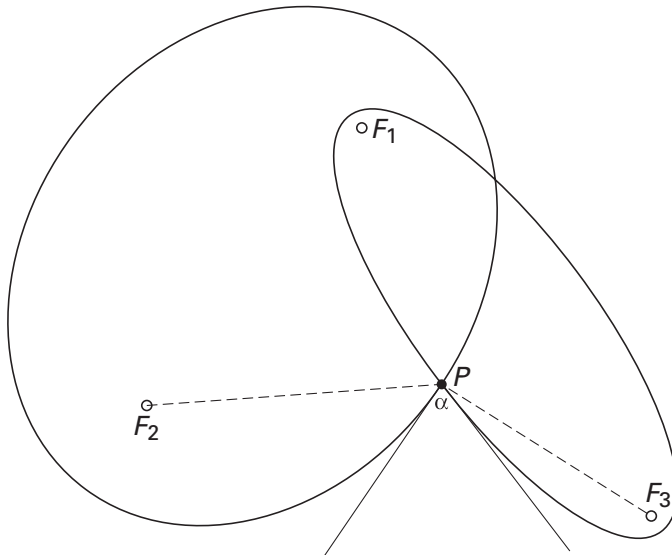


**Vraag 16**



**Bijlage bij de vragen 10, 11, 15, 16, 18 en 19**

**Vraag 18**



**Vraag 19**

