

Vierkant bij een derdegraadskromme

18. Eerst reken je de x -coördinaat van A uit. Hiervoor moet je de volgende vergelijking oplossen:

$$\begin{aligned} bx - \frac{1}{3}x^3 &= 0, \\ b - \frac{1}{3}x^2 &= 0 \vee x = 0, \\ x^2 &= 3b \vee x = 0, \\ x &= \sqrt{3b} \vee x = -\sqrt{3b} \vee x = 0. \end{aligned}$$

De enige oplossing met een positieve x is dus $x = \sqrt{3b}$. Nu moet je de hoogte van de top uitrekenen. Hiervoor moet je eerst uitrekenen welke x -coördinaat de top heeft. Je moet dus de volgende vergelijking oplossen:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 0, \\ \left(bx - \frac{1}{3}x^3\right)' &= 0, \\ b - x^2 &= 0, \\ x^2 &= b, \\ x &= \sqrt{b} \vee x = -\sqrt{b}. \end{aligned}$$

Je weet dat de top ligt bij $x > 0$, dus je neemt weer de positieve oplossing $x = \sqrt{b}$. Nu vul je dit in f om de hoogte van de top uit te rekenen:

$$f(\sqrt{b}) = b\sqrt{b} - \frac{1}{3}(\sqrt{b})^3 = \frac{2}{3}b\sqrt{b}.$$

De breedte van de rechthoek is dus $\sqrt{3b}$, en de hoogte is $\frac{2}{3}b\sqrt{b}$. De rechthoek is een vierkant als breedte en hoogte gelijk zijn, dus als:

$$\begin{aligned} \sqrt{3b} &= \frac{2}{3}b\sqrt{b}, \\ \sqrt{3} &= \frac{2}{3}b, \\ b &= \frac{3}{2}\sqrt{3}. \end{aligned}$$