De formule van Gompertz

10. Als de helft is overleden geldt $P(t) = 50$. Je moet dus de volgende vergelijking oplossen:

$$119 \cdot e^{-0{,}0161 \cdot e^{0{,}0595t}} = 50.$$

Deze vergelijking kan je algebraïsch oplossen, maar dit hoeft niet. Op de Ti-84 plus voer je de volgende twee formules in:

$$\begin{aligned} y_1 &= 119 \cdot e^{-0{,}0161 \cdot e^{0{,}0595x}}, \\ y_2 &= 50. \end{aligned}$$

Vervolgens gebruik je calc intersect om het snijpunt te vinden. Je vindt dan $t = x \approx 67$ jaar. Het antwoord wordt uiteindelijk dat 27 jaar na het afsluiten van de polis de helft is overleden, aangezien de polis op 40-jarige leeftijd werd afgesloten.

11. Hier gebruik je eerst de rekenregel $a = e^{\ln a}$, en daarna de rekenregel $e^a \cdot e^b = e^{a+b}$:

$$\begin{aligned} 119 \cdot e^{-0{,}0161 \cdot e^{0{,}0595t}} &= 100 \cdot e^{\ln 1{,}19} \cdot e^{-0{,}0161 \cdot e^{0{,}0595t}}, \\ &= 100 \cdot e^{\ln 1{,}19 - 0{,}0161 \cdot e^{0{,}0595t}} \end{aligned}$$

m is dus gelijk aan $\ln 1,19 \approx 0,17$.

12. Je begint door de algemene formule van Gompertz af te leiden:

$$\begin{aligned} P'(t) &= \left(a \cdot e^{-b \cdot e^{kt}}\right)', \\ &= a \cdot e^{-b \cdot e^{kt}} \cdot \left(-b \cdot e^{kt}\right)'. \end{aligned}$$

Hierboven heb ik de kettingregel toegepast. Voor het uitrekenen van de afgeleide die er nog staat moet je nog een keer de kettingregel gebruiken. Dan krijg je:

$$P'(t) = a \cdot e^{-b \cdot e^{kt}} \cdot -b \cdot e^{kt} \cdot k.$$

Als je dit nu deelt door $P(t)$ krijg je:

$$\begin{aligned} \frac{P'(t)}{P(t)} &= \frac{a \cdot e^{-b \cdot e^{kt}} \cdot -b \cdot e^{kt} \cdot k}{a \cdot e^{-b \cdot e^{kt}}}, \\ &= -bk \cdot e^{kt}. \end{aligned}$$

Er geldt dus $c = -bk$.