© havovwo.nl

Kostenfuncties

15. De gemiddelde kosten zijn gelijk aan $\frac{T(q)}{q}$, oftewel:

$$G(q) = \frac{0,2q^3 - 1,2q^2 + 4,2q + 1}{q} = 0,2q^2 - 1,2q + 4,2 + \frac{1}{q}.$$

Nu moet je de vergelijking $G'(q) = 0$ oplossen om de q te vinden waarvoor $G(q)$ minimaal is:

$$0,2 \cdot 2q - 1,2 - \frac{1}{q^2} = 0.$$

Deze vergelijking kun je niet exact oplossen, dus het moet met de GR. Je voert de volgende formule in op de Ti-84 plus:

$$y_1 = 0.4q - 1.2 - \frac{1}{q^2}.$$

Nu gebruik je calc zero om het nulpunt te vinden. Dan vind je $q \approx 3,2$.

16. Eerst reken je $M(q)$ uit door $T(q)$ te differentiëren. Je krijgt dan:

$$M(q) = T'(q) = 3aq^2 + 2bq + c.$$

Nu moet M eerst afnemen en dan toenemen. De afgeleide van M moet dus eerst negatief zijn en dan positief zijn. De afgeleide van M is:

$$M'(q) = 6aq + 2b.$$

a en q zijn allebei positief, dus de enige manier om M' voor sommige q negatief te kunnen laten zijn is als $b < 0$.

17. Eerst reken je de afgeleide van G uit. Hiervoor gebruik je de quotiëntregel:

$$G'(q) = \frac{qT'(q) - 1 \cdot T(q)}{q^2} = \frac{T'(q)}{q} - \frac{T(q)}{q^2}.$$

Als geldt dat $G'(q) = 0$ geldt dus dat:

$$\begin{aligned} \frac{T'(q)}{q} - \frac{T(q)}{q^2} &= 0, \\ \frac{T'(q)}{q} &= \frac{T(q)}{q^2}, \\ T'(q) &= \frac{T(q)}{q}. \end{aligned}$$

Aangezien $T'(q) = M(q)$ en $\frac{T(q)}{q} = G(q)$ geldt inderdaad dat $M(q) = G(q)$, dus de bewering is inderdaad waar.