

Het ontwerp van een brug

7. De afstand tussen A en B moet minstens 8 meter zijn, en in de formule van een sinusöide in deze vorm is p gewoon de periode. Als je naar de figuur kijkt zie je dat de afstand tussen A en B precies één periode is, dus p moet ook minstens 8 meter zijn.
8. De helling is gelijk aan de afgeleide van y . Bij het maken van de afgeleide moet je wel rekening houden met de kettingregel:

$$y' = -0,40 \sin\left(\frac{2\pi}{p}x\right) \cdot \frac{2\pi}{p}.$$

Je ziet dat de helling maximaal wordt als de sinus gelijk is aan -1 . Invullen dat de sinus -1 is geeft voor de maximale helling:

$$\text{maximale helling} = \frac{0,80\pi}{p}.$$

Je weet dat de maximale helling maximaal $\frac{1}{15}$ moet zijn, dus je moet de volgende ongelijkheid oplossen:

$$\begin{aligned} \frac{0,80\pi}{p} &\leq \frac{1}{15}, \\ 0,80\pi &\leq \frac{1}{15}p, \\ p &\geq 15 \cdot 0,80\pi, \\ p &\geq 12\pi. \end{aligned}$$

9. Hier gebruik je de formule voor de lengte van een stuk van een grafiek:

$$\text{lengte} = \int \sqrt{1 + y'^2} dx.$$

Je moet dus de afgeleide van y berekenen om deze formule te kunnen gebruiken. Deze is (let op de kettingregel):

$$y' = -0,40 \sin\left(\frac{\pi}{20,00}x\right) \cdot \frac{\pi}{20,00}.$$

De lengte van boog AB is dus:

$$\text{lengte} = \int_{-20,00}^{20,00} \sqrt{1 + \left(-0,40 \sin\left(\frac{\pi}{20,00}x\right) \cdot \frac{\pi}{20,00}\right)^2} dx.$$

De grenzen van de integraal komen van dat de totale lengte 40 meter is, en dat de oorsprong in het midden van de brug ligt. Deze integraal kun je echter niet met de hand uitrekenen, dus moet het met de GR. Je voert op de Ti-84 plus de volgende formule in:

$$y_1 = \sqrt{1 + \left(-0,40 \sin\left(\frac{\pi}{20}x\right) \cdot \frac{\pi}{20}\right)^2}.$$

Nu gebruik je calc $\int f(x) dx$ om het antwoord te krijgen. Hierbij vul je als grenzen -20 en 20 in. Als antwoord krijg je dan uiteindelijk dat de lengte gelijk is aan 40,04 meter.

10. Je gaat als volgt te werk. Eerst bereken je de oppervlakte van de zijkant van één van de ondersteuning, dan verdubbel je die oppervlakte om de totale oppervlakte van de zijkant te krijgen, en dan vermenigvuldig je met de breedte van de brug om de inhoud van de ondersteuning te krijgen. De oppervlakte van het rechterdeel is gelijk aan de integraal van y van $x = 8$ tot $x = 20$. De ondersteuning begint namelijk 4 meter van de rand van het water, en die rand ligt zelf 4 meter van de oorsprong. De integraal is dus:

$$\text{oppervlakte} = \int_8^{20} 0,40 \left(1 + \cos \left(\frac{\pi}{20}x \right) \right) dx$$

Deze integraal kun je met de hand uitrekenen, maar het mag ook met de rekenmachine. Je voert op de Ti-84 plus de volgende formule in:

$$y_1 = 0,40 \left(1 + \cos \left(\frac{\pi}{20}x \right) \right).$$

Nu gebruik je calc $\int f(x) dx$, vul je de grenzen $x = 8$ en $x = 20$ in, en krijg je het antwoord. Dit antwoord is $2,38 \text{ m}^2$. De oppervlakte van beide stukken is dus $2 \cdot 2,38 \text{ m}^2$ en de inhoud van de ondersteuning is $2 \cdot 2,38 \cdot 3,50 \approx 17 \text{ m}^3$ beton.