

## Het ontwerp van een brug

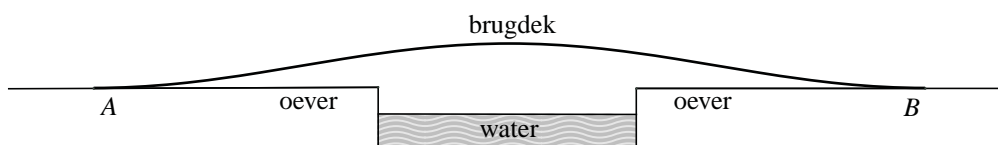
Een gemeente wil in een park een brug over een vijver aanleggen.

De brug moet:

- 1 minstens 8,00 meter overspannen (de breedte van de vijver),
- 2 als zijaanzicht de vorm van een sinusoïde hebben (om esthetische redenen),
- 3 horizontaal aansluiten op beide oevers (de oevers liggen even hoog),
- 4 een hoogste punt van 1,00 m boven het wateroppervlak hebben (om roeiboten eronderdoor te kunnen laten varen); het water staat 0,20 m onder het niveau van de beide oevers,
- 5 maximaal een helling  $\frac{1}{15}$  hebben (voor mensen in een rolstoel).

In figuur 1 staat een schets van een zijaanzicht van de situatie, waarbij de punten waarin de brug horizontaal aansluit op beide oevers steeds  $A$  en  $B$  genoemd worden. De tekening is niet op schaal.

figuur 1



In dit zijaanzicht kiezen we een assenstelsel waarin de  $x$ -as op de hoogte van beide oevers ligt en de  $y$ -as door het hoogste punt van de brug gaat. We kiezen zowel op de  $x$ -as als op de  $y$ -as de meter als eenheid. Het zijaanzicht kan nu door een vergelijking in  $x$  en  $y$  beschreven worden.

Een vergelijking van de vorm  $y = 0,40 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{p} x \right) \right)$ , met  $x$  en  $y$  in meters,  $p$  positief en  $x$  binnen een geschikt interval, voldoet aan de eisen 2, 3 en 4. Hierbij is de dikte van het brugdek verwaarloosd.

Afhankelijk van de waarde van  $p$  is ook aan eis 1 voldaan.

- 2p **7** Bepaal voor welke waarden van  $p$  aan eis 1 is voldaan.

Als aan eis 1 is voldaan, betekent dat nog niet dat is voldaan aan eis 5. Zo is bijvoorbeeld voor  $p = 10,00$  wel aan eis 1 voldaan, maar niet aan eis 5.

- 5p **8** Bepaal voor welke waarden van  $p$  aan eis 5 is voldaan.

Men kiest voor het zijaanzicht van de brug de vergelijking met  $p = 40,00$ . Deze vergelijking is te schrijven als:

$$y = 0,40 \left( 1 + \cos \left( \frac{\pi}{20,00} x \right) \right)$$

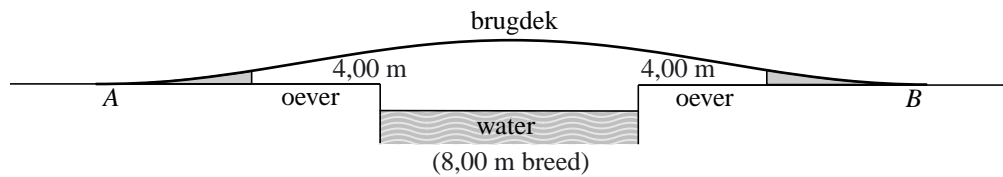
De horizontaal gemeten afstand tussen  $A$  en  $B$  is in dit geval 40,00 meter, zodat aan eis 1 is voldaan. Met de gekozen vergelijking is ook aan de vier andere eisen voldaan.

De lengte van het brugdek blijkt bij deze keuze niet veel groter te zijn dan de horizontaal gemeten afstand tussen  $A$  en  $B$ .

- 4p **9** Bereken de lengte van het brugdek. Geef je antwoord in centimeters nauwkeurig.

Het brugdek wordt 3,50 m breed. De uiteinden van de brug wil men ondersteunen door aan beide zijden, over de hele breedte van het brugdek, beton te storten. De betonnen gedeelten (met verticale wanden) beginnen op een afstand van 4,00 meter vanaf de rand van de vijver. In figuur 2 zijn in een schets van een zijaanzicht beide delen van de betonnen ondersteuning met grijs aangegeven. De tekening is niet op schaal.

**figuur 2**



- 5p **10** Bereken hoeveel kubieke meter beton voor de betonnen ondersteuning nodig is.